

## **Módulo 1 ACT. Parte nº 1. Tema 1: Números naturales y enteros. Operaciones básicas**

### **MÓDULO 1. TEMA 1. NÚMEROS NATURALES Y ENTEROS. OPERACIONES BÁSICAS**

#### **ÍNDICE**

- 1. INTRODUCCIÓN**
- 2. LOS NÚMEROS NATURALES**
  - 2.1. Concepto de número natural**
  - 2.2. Sistema de numeración decimal**
  - 2.3. Operaciones con números naturales**
  - 2.4. Operaciones combinadas**
  - 2.5. Múltiplos y divisores de un número natural**
  - 2.6. Criterios de divisibilidad**
- 3. LOS NÚMEROS ENTEROS**
  - 3.1. Concepto de número entero**
  - 3.2. Representación de los números enteros en la recta numérica**
  - 3.3. Valor absoluto de un número entero**
  - 3.4. Opuesto de un número entero**
  - 3.5. Comparación y ordenación de números enteros**
- 4. OPERACIONES CON NÚMERO ENTEROS**
  - 4.1. Suma de números enteros**
  - 4.2. Resta de números enteros**
  - 4.3. Multiplicación y división de números enteros**
- 5. POTENCIAS Y RADICALES**
  - 5.1. Las potencias**
  - 5.2. Radicales**
- 6. OPERACIONES COMBINADAS**
- 7. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS UTILIZANDO NÚMEROS NATURALES Y ENTEROS**

## MÓDULO 1 ACT

### 1. INTRODUCCIÓN

¿Cuántas veces al día utilizamos los números? Si lo piensas, seguro que son muchas más de lo que imaginas. La hora del reloj, el día en que estamos, mes y año, la temperatura, la velocidad de nuestro coche, el importe de las facturas, el porcentaje de paro, el resultado de las votaciones, el número de seguidores de Instagram, la distancia entre dos ciudades, el número de DNI... ¡Contar es lo natural!

El conjunto de **números naturales**  $\{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$  se representa mediante la letra  $N$  y los utilizamos en una gran variedad de situaciones en nuestra vida diaria. Pero necesitamos un conjunto de números más amplio, para poder expresar, por ejemplo, la temperatura negativa, las pérdidas de dinero... Por eso también existe el conjunto de **número enteros**  $\{\dots -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$  que pueden ser negativos y positivos.

En esta primera unidad, realizaremos el estudio de los números naturales y enteros, así como sus propiedades y operaciones básicas.

### 2. LOS NÚMEROS NATURALES

#### 2.1. Concepto de número natural

Los números naturales son los primeros que utilizó el ser humano y al igual que para escribir necesitamos unos símbolos que son las letras, para contar necesitamos un **sistema de numeración**. Actualmente, se utiliza el **sistema de numeración decimal**, que fue introducido en Europa por los árabes, en el siglo XI, procedente de la India, donde se desarrolló desde el S. IV a.C. ¿Por qué se llama sistema decimal? La respuesta está en nuestras manos.

El conjunto de los números enteros se simboliza con una letra “ene” mayúscula  $N$  y son los números que utilizamos para contar y ordenar:

$$N = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$$

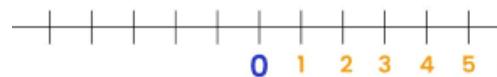
El conjunto de números naturales es ilimitado, porque dado un número cualquiera, siempre es posible obtener el siguiente sumándole una unidad.

#### Ordenación de los números naturales

Para ordenar los números naturales, se utilizan los siguientes símbolos:

SÍMBOLO	EJEMPLO	SIGNIFICADO
$>$ <b>mayor que</b>	$7 > 5$	Siete es mayor que 5
$<$ <b>menor que</b>	$3 < 8$	Tres es menor que 8
$=$ <b>igual</b>	$9 = 9$	Nueve es igual a 9

Los números naturales se pueden representar ordenados en una recta:



## 2.2. Sistema de numeración decimal

El sistema de numeración decimal utiliza diez signos (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) y lo más peculiar de este sistema de numeración es que los números se agrupan en cifras o elementos de 10 en 10. Cuando se tienen 10 unidades forman una unidad superior la decena, 10 decenas forman una centena y así sucesivamente tal y como se muestra en el siguiente cuadro:

CENTENAS	DECENAS	UNIDADES
100	10	1

UNIDADES DE MILLÓN	CENTENAS DE MILLAR	DECENAS DE MILLAR	UNIDADES DE MILLAR	C	D	U
1.000.000	100.000	10.000	1.000	100	10	1

## ACTIVIDAD RESUELTA

*Escribir como se leen los siguientes números y ordenarlos de forma descendente:*



- a) Quinientos cuarenta y tres
  - b) Ochenta y nueve mil ciento tres
  - c) Doscientos un millón cuatrocientos noventa mil doscientos
  - d) Dos mil setecientos veintiséis

201.490.200 > 89.103 > 2.726 > 543

### **Descomponer los números: 135, 2.087, 56.419 y 1.378.452**

	UNIDADES DE MILLÓN			UNIDADES DE MIL			UNIDADES SIMPLES		
	CMM	DMM	UMM	CM	DM	UM	C	D	U
135							1	3	5
2.087							2	0	8
56.419					5	6	4	1	9
1.378.45			1	3	7	8	4	5	2

### 2.3. Operaciones con números naturales

Con los números naturales se pueden realizar cuatro operaciones básicas: suma, resta, multiplicación y división.

#### SUMA O ADICIÓN

**Sumar** es reunir, juntar, acumular o añadir. Los términos de la suma se llaman **sumandos** y al resultado **suma o total**.

$$2 + 9 = 11$$

El resultado de la suma o total es el 11

Los sumando son el 2 y el 9

#### PROPIEDADES DE LA SUMA

- **Comutativa:** el orden de los sumandos no altera la suma.  $a + b = b + a$

$$2 + 17 = 17 + 2$$

$$19 = 19$$

- **Asociativa:** el orden en que se agrupan los sumandos no altera la suma.  $(a + b) + c = a + (b + c)$  (a

$$(3 + 15) + 21 = 3 + (15 + 21)$$

$$18 + 21 = 3 + 36$$

$$39 = 39$$

- **Elemento neutro:** es el cero. Cualquier número sumado a cero es igual al mismo.  $a + 0 = a$

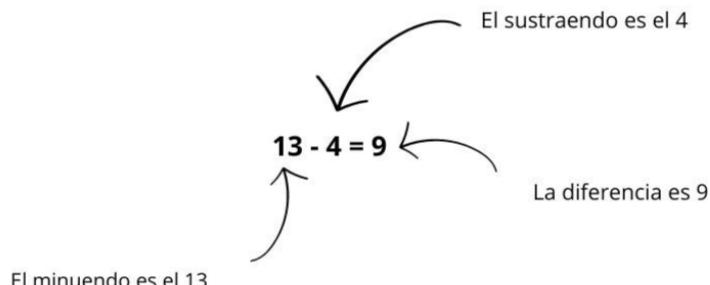
$$56 + 0 = 56$$

#### RESTA O SUSTRACCIÓN

## MÓDULO 1 ACT

Parte nº 1: Clasificación de los números. Operaciones básicas. La célula  
Tema 1: Números naturales y enteros. Operaciones básicas

**Restar** es quitar, disminuir o sustraer. Los términos de la sustracción se llaman **minuendo, sustraendo y resta o diferencia**.



$$\text{minuendo} - \text{sustraendo} = \text{diferencia}$$

- Si el minuendo es menor que el sustraendo, la resta no tiene solución en el conjunto de los números reales.

$$4 - 9 = ?$$

- La prueba para saber si la resta está bien hecha:

$$\text{sustraendo} + \text{diferencia} = \text{minuendo}$$

En el ejemplo  $13 - 4 = 9$  la prueba sería  $4 + 9 = 13$

### OPERACIONES COMBINADAS CON SUMAS Y RESTAS

- En algunas expresiones aparecen de forma combinada la suma y la resta. Ambas operaciones tienen la misma prioridad y se realizan **según su orden de aparición de izquierda a derecha**.
- Los paréntesis “empaquetan” números y operaciones de forma parcial, pero siempre que aparecen hay que **resolverlos en primer lugar**.

### ACTIVIDAD RESUELTA

*Efectuar las siguientes operaciones:*

a)  $29 + 12 - 38 + 5 = 41 - 38 + 5 = 3 + 5 = 8$   $41 - 38 + 5 = 3 + 5 = 8$

b)  $55 + 4 + (27 - 19) = 55 + 4 + 27 - 19 = 55 + 4 + 8 = 59 + 8 = 67$   $55 + 4 + 8 = 59 + 8 = 67$

c)  $37 + (52 - 18) - (67 - 29) = 37 + 52 - 18 - 67 + 29 = 37 + 34 - 38 = 71 - 38 = 33$   
 $37 + 34 - 38 = 71 - 38 = 33$

d)  $45 - 12 + (23 - 39 + 21) = 45 - 12 + 23 - 39 + 21 = 45 - 12 + (44 - 39)$   
 $= 45 - 12 + 5 = 33 + 5 = 38$   $45 - 12 + 44 - 39 = 45 - 12 + 5 = 33 + 5 = 38$

### MULTIPLICACIÓN O PRODUCTO

La multiplicación es la expresión abreviada de la suma de varios sumandos iguales:

## MÓDULO 1 ACT

$$3+3+3+3=4 \cdot 3=12$$

Los términos de la multiplicación se llaman **factores**.

El resultado final se llama **producto**.

### PROPIEDADES DE LA MULTIPLICACIÓN

- **Comutativa:** el orden de los factores no altera el producto.  $a \cdot b = b \cdot a$

$$\begin{aligned} 5 \cdot 7 &= 7 \cdot 5 \\ 35 &= 35 \end{aligned}$$

- **Asociativa:** el orden de agrupación de los factores no altera el producto:

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

$$\begin{aligned} (4 \cdot 7) \cdot 5 &= 4 \cdot (7 \cdot 5) \\ 28 \cdot 5 &= 4 \cdot 35 \\ 140 &= 140 \end{aligned}$$

- **Elemento neutro o unidad:** es el uno.  $a \cdot 1 = a$

$$13 \cdot 1 = 13$$

- **Distributiva:** el producto de un número por una suma o una resta es igual a la suma o resta es igual a la suma o resta de los productos del número por cada término.

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$$

$$a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$$

Ejemplo:

$$\begin{aligned} 4 \cdot (8-3) &= 4 \cdot 8 - 4 \cdot 3 \\ 4 \cdot 5 &= 32 - 12 \\ 20 &= 20 \end{aligned}$$

### X EVITA ERRORES

La propiedad distributiva es del producto respecto de la suma y la resta, pero **no** de la suma respecto del producto.

$$\begin{aligned} a \cdot (b+c) &= (a \cdot b) + (a \cdot c) \\ a + (b \cdot c) &\neq (a + b) \cdot (a + c) \end{aligned}$$

$$7 \cdot (11 + 9) = (7 \cdot 11) + (7 \cdot 9) \quad 7 \cdot 11 + 9 = 7 \cdot 11 + 7 \cdot 9$$

$$7 + (3 \cdot 2) \neq (7 + 3) \cdot (7 + 2) \quad 7 + 3 \cdot 2 \neq 7 + 3 \cdot 7 + 2$$

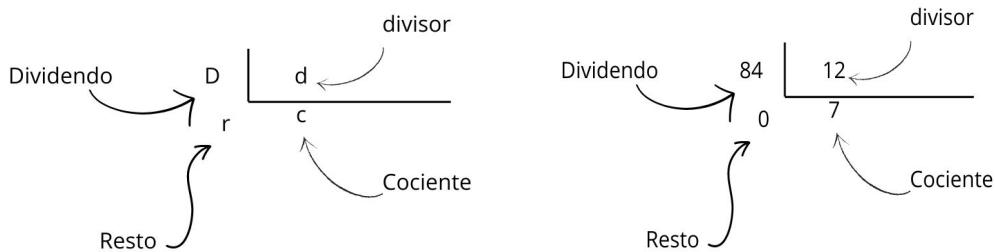
### DIVISIÓN

La división entre dos números que llamamos **dividendo** (D) y **divisor** (d), consiste en repartir una cantidad en partes iguales.

## MÓDULO 1 ACT

Parte nº 1: Clasificación de los números. Operaciones básicas. La célula  
Tema 1: Números naturales y enteros. Operaciones básicas

Cuando el resto es cero, la división es **exacta** y entonces se cumple:



Cuando el resto es distinto de cero, la división es **entera o inexacta**.

El **dividendo** (D) indica el número de elementos que hay que repartir.

El **divisor** (d) indica el número de grupos que hay que hacer.

El **cociente** (c) indica el número de elementos que debe tener cada grupo.

El **resto** (r) indica los elementos que sobran.

### PRUEBA DE LA DIVISIÓN O PROPIEDAD FUNDAMENTAL

PROPIEDAD FUNDAMENTAL DE LA DIVISIÓN

$$\text{Dividendo} = \text{divisor} \cdot \text{cociente} + \text{resto}$$

### ACTIVIDAD RESUELTA

*Un padre quiere repartir 630€ entre sus tres hijos a partes iguales. ¿Qué cantidad recibirá cada uno?*

$$\begin{array}{r} 630 \mid 3 \\ 03 \quad 210 \\ \quad 00 \\ \quad 0 \end{array}$$

Cada hijo recibe 210€

Con la propiedad fundamental de la división se comprueba si la operación está bien hecha:

$$210 \cdot 3 = 630$$

*Se quieren repartir 43 caramelos entre 14 niños. ¿Cuántos caramelos recibirá cada niño? ¿Sobra alguno?*

$$\begin{array}{r} 43 \mid 14 \\ 01 \quad 3 \end{array}$$

Cada niño recibe 3 caramelos y sobra 1.

Prueba de la división:  $43 = 14 \cdot 3 + 1$

## 2.5. Múltiplos y divisores de un numero natural

Los **múltiplos** de un número son los que se obtienen al multiplicar dicho número por todos los números naturales salvo el 0. Puesto que hay infinitos número naturales, un número tiene infinitos múltiplos.

Ejemplo 1: El número 364 es múltiplo de 7. Observa  $364 = 52 \cdot 7$

$$\begin{array}{r} 364 \longdiv{7} \\ 14 \quad 52 \\ 0 \end{array}$$

Para saber si un número es múltiplo de otro, simplemente se debe hacer la división y comprobar que el cociente es un número natural y el resto de la división es cero.

Ejemplo 2: Obtener los cinco primeros múltiplos de 15. Los cinco primeros múltiplos de 15 son los números que se obtienen al multiplicar 15 por los cinco primeros números naturales.

$$15 \cdot 1 = 15, 15 \cdot 2 = 30, 15 \cdot 3 = 45, 15 \cdot 4 = 60, 15 \cdot 5 = 75$$

Los cinco primeros múltiplos de 15 son 15, 30, 45, 60 y 75

Los **divisores** de un número natural son aquellos números que se pueden dividir entre él, siendo el resto cero.

Para saber si un número es divisor, hay que hacer la división y comprobar si el resto es cero.

Ejemplo: “el número 7 es divisor de 364” o también se puede decir “el número 364 es divisible entre 7”, ya que al dividir 364 entre 7 el resto es 0.

$$\begin{array}{r} 364 \longdiv{7} \\ 14 \quad 52 \\ 0 \end{array}$$

## ACTIVIDAD RESUELTA

**¿El número 3 es divisor de 521?** No, ya que al dividir 521 entre 3 el resto es distinto de 0.

**¿Cuáles son los divisores de 15?** El 3 y el 5, porque al dividir 15 entre 3 el resto es cero y al dividir 15 entre 5 el resto también es 0.

### 2.6. Criterios de divisibilidad

Los criterios de divisibilidad son reglas que nos permiten:

1º.- Reconocer, sin realizar la división, si un número es divisible por otro.

2º.- Descomponer un número como producto de sus factores primos.

#### PRINCIPALES CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD

Los principales criterios de divisibilidad permiten saber si un número es divisible por 2, 3, 5, 10 u 11, sin necesidad de realizar las divisiones, son los siguientes:

- Un número es **divisible** por **2**, cuando su última cifra es 0 o par.
- Un número es **divisible** por **3**, cuando la suma de sus cifras es múltiplo de 3.
- Un número es **divisible** por **5**, cuando su última cifra es 0 o 5.
- Un número es **divisible** por **10**, cuando su última cifra es 0.

#### ACTIVIDAD RESULETA

*Aplicar los criterios de divisibilidad al número 1.254*

- Es divisible por 2, porque su última cifra es par.
- Es divisible por 3, porque la suma de sus cifras es múltiplo de 3. ( $1+2+5+4 = 12$ ).
- No es divisible por 5, porque su última cifra no es ni 0 ni 5.
- No es divisible por 10, porque su última cifra no es 0.

## 3. LOS NÚMEROS ENTEROS

### 3.1. Concepto de número entero

Hay situaciones reales del tipo: debo 20€, 100 metros bajo el mar, 2 grados bajo cero... que no pueden expresarse con números naturales. Necesitamos otro tipo de números.

El conjunto de números enteros se designa por la letra  $\mathbb{Z}$  y está compuesto por los números naturales, sus opuestos (negativos) y el cero.

$$\mathbb{Z} = \{ \dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots \}$$

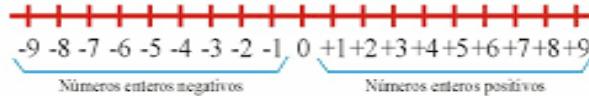
En los números enteros se diferencian:

- Números enteros **positivos**  $+1, +2, +3, +4, +5, +6 \dots$
- Números enteros **negativos**  $-1, -2, -3, -4, -5, -6 \dots$
- El número **cero** 0

Todos los anteriores forman el conjunto de números enteros.

### 3.2. Representación de los números enteros en la recta numérica

## Recta Numérica



Los números enteros se representan ordenados en la recta numérica:

- El cero, 0, divide a la recta en dos semirrectas iguales.
- Las semirrectas se dividen a su vez en partes iguales.
- Los números enteros **positivos** se sitúan a la **derecha** del cero.
- Los números enteros **negativos** se sitúan a la **izquierda** del cero.

### 3.3. Valor absoluto de un número entero

El valor absoluto de un número es el mismo número, pero sin signo delante y en la práctica se escribe entre dos barras ||

$$|+5| = 5$$

$$|-7| = 7$$

ACTIIDAD RESUELTA

**Hallar un número entero que represente las siguientes expresiones:**

- Hace una temperatura de 7 grados bajo cero.
- El submarino está a 100 metros bajo el nivel del mar.
- El saldo de su cuenta bancaria es de 175€.

(Solución: a)  $-7^{\circ}\text{C}$ , b)  $-100\text{m}$ , c)  $175\text{€}$

**Obtener el valor absoluto de  $-3$  y  $6$**

Valor absoluto de  $-3 \rightarrow |-3| = 3$

Valor absoluto de  $6 \rightarrow |+6| = 6$

### 3.4. Opuesto de un número entero

El **opuesto** de un número entero es otro número entero con el **mismo valor absoluto**, pero de **signo contrario**. El opuesto de un número entero es su simétrico respecto del cero en la recta numérica y a ambos números les separa la misma distancia de él. Además, la suma de dos números opuestos es cero. Así,  $(+6)$  y  $(-6)$  son opuestos

$$(+6) + (-6) = 0$$

*Cuando un número no va precedido de ningún signo, es un número positivo*  
 $3 = +3$

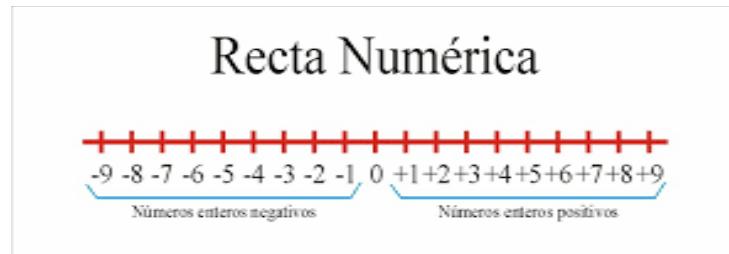
### 3.5. Comparación y ordenación de números enteros

## MÓDULO 1 ACT

Parte nº 1: Clasificación de los números. Operaciones básicas. La célula  
Tema 1: Números naturales y enteros. Operaciones básicas

¿Qué temperatura es más baja:  $-5^{\circ}\text{C}$ ,  $-2^{\circ}\text{C}$ ,  $+2^{\circ}\text{C}$ ?

Para comparar dos números enteros los representamos en la recta numérica, de forma que el número que esté situado más a la derecha es mayor.



- De dos números enteros positivos es mayor el de mayor valor absoluto.

Así entre  $+3$  y  $+5$  es mayor el  $5$

- De dos números enteros negativo es mayor el de menor valor absoluto.

Así entre  $-6$  y  $-4$  es mayor  $-4$

- El cero es mayor que cualquier número negativo y menor que cualquier número positivo.
- Todos los números positivos son mayores que los negativos.

## 4. OPERACIONES CON NÚMERO ENTEROS

### 4.1. Suma de números enteros

- ✓ **Para sumar dos números enteros del mismo signo.** Se suman sus valores absolutos y se pone el mismo signo que tienen los sumandos.

$$(+2) + (+3) = |+2| + |+3| = 2 + 3 = 5$$

$$(-1) + (-5) = |-1| + |-5| = 1 + 5 = -6$$

- ✓ **Para sumar dos números enteros de distinto signo.** Se restan sus valores absolutos (al mayor valor absoluto se le resta el menor) y se pone el signo que tiene el sumando de mayor valor absoluto.

$$(+5) + (-3) = 2$$

$$(-3) + (+2) = -1$$

### 4.2. Resta de números enteros

Para restar dos números enteros hay que sumar al primero el opuesto del segundo.

## MÓDULO 1 ACT

Parte nº 1: Clasificación de los números. Operaciones básicas. La célula  
Tema 1: Números naturales y enteros. Operaciones básicas

$$(-5) - (+3) = (-5) + op(+3) = (-5) + (-3) = -8$$

Ejemplo:

$$(-5) - (+7) = -5 - 7 = -12$$

$$(+4) - (-6) = 4 + 6 = -10$$

$$(-3) - (-7) = -3 + 7 = 4$$

$$(+4) - (+2) = 4 - 2 = 2$$

$$(+4) - (+6) = 4 - 6 = -2$$

$$+ + = + \quad + - = +$$

$$- - = - \quad + - = -$$

Fuente: Wikipedia. [https://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero\\_entero](https://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_entero)

### SUMAS Y RESTAS CON PARÉNTESIS

★ Paréntesis precedido de signo +

Al suprimir un paréntesis precedido del signo +, los sumandos del interior quedan con el mismo signo.

$$9 + (-3 + 1) = 9 - 3 + 1 = 6 + 1 = 7$$

★ Paréntesis precedido de signo -

Al suprimir un paréntesis precedido del signo -, todos los signos de los sumandos de su interior se transforman en su opuesto.

$$7 - (6 - 4) = 7 - 6 + 4 = 1 + 4 = 5$$

### ACTIVIDAD RESUELTA

*Realizar las siguientes operaciones:*

a)  $+ (9 - 3 + 4) =$

b)  $- (9 - 3 + 4) =$

c)  $(+27) + (-12) - (+11 - 7 + 5) =$

d)  $(-15) - (-12) + (+3 - 5 + 1 - 8) =$

*Solución:*

## MÓDULO 1 ACT

Parte nº 1: Clasificación de los números. Operaciones básicas. La célula  
Tema 1: Números naturales y enteros. Operaciones básicas

**CGAB**

**CEPA** Gustavo  
Adolfo Bécquer

a)  $+(9 - 3 + 4) = 9 - 3 + 4 = 6 + 4 = 10$

b)  $-(9 - 3 + 4) = -9 + 3 - 4 = -6 - 4 = -10$

c)  $(+27) + (-12) - (+11 - 7 + 5) = 27 - 12 - 11 + 7 - 5 = 6$

d)  $(-15) - (-12) + (+3 - 5 + 1 - 8) = -15 + 12 + 3 - 5 + 1 - 8 = -12$

### 4.3. Multiplicación y división de números enteros

Para multiplicar o dividir números enteros, se hace la multiplicación o división de los valores absolutos y se deja el signo aplicando la regla de los signos:

<b>REGLA DE LOS SIGNOS</b>	
<b>Multiplicación</b>	<b>División</b>
$+ \cdot + = +$	$+ : + = +$
$- \cdot - = +$	$- : - = +$
$+ \cdot - = -$	$+ : - = -$
$- \cdot + = -$	$- : + = -$

#### ACTIVIDAD RESUELTA

*Calcular los siguientes productos de números enteros:*

a)  $(-8) \cdot (-3) =$

b)  $(+8) \cdot (+3) =$

c)  $(+8) \cdot (-3) =$

d)  $(-8) \cdot (+3) =$

e)  $(-18) : (-3) =$

f)  $(+18) : (+3) =$

g)  $(+18) : (-3) =$

h)  $(-18) : (+3) =$

*(Soluciones: a) 24, b) 24, c) -24, d) -24 e) 6, f) 6, g) -6, h) -6)*

## 5. POTENCIAS Y RADICALES

### 5.1. Las potencias

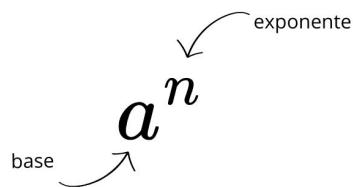
Una potencia es una forma abreviada de expresar una multiplicación en la que todos los factores son iguales.

Una potencia tiene dos partes:

- La **base**, que es el factor o número que se multiplica por sí mismo.
- El **exponente**, que es el número de veces que se multiplica la base

## MÓDULO 1 ACT

Parte nº 1: Clasificación de los números. Operaciones básicas. La célula  
Tema 1: Números naturales y enteros. Operaciones básicas



Ejemplos:

La potencia  $5^4$  tiene de base 5, como exponente el 4 y se lee “5 elevado a 4”

$$5^4 = 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 625$$

La potencia  $2^2$  se lee “2 elevado a 2” o “2 al cuadrado”

La potencia  $4^3$  se lee “4 elevado a 3” o “4 al cubo”

La potencia  $3^4$  se lee “3 elevado a 4” o “3 a la cuarta”

### ACTIVIDAD RESUELTA

**Hallar el valor numérico de las siguientes potencias:**

$$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

$$9^2 = 9 \cdot 9 = 81$$

$$3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$$

<b>PROPIEDADES DE LAS POTENCIA</b>	
$a^0 = 1$	Un número elevado a 0 es igual a 1
$a^1 = a$	Un número elevado a 1 es igual a ese mismo número
$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$	Producto de potencias con la misma base: se suman los exponentes
$a^n : a^m = a^{n-m}$	Cociente de potencias con la misma base: se restan los exponentes
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	Potencia de una potencia: se multiplican los exponentes.
$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	Producto de potencias con el mismo exponente, pero distinta base: se multiplican las bases y se deja el mismo exponente.
$a^n : b^n = (a : b)^n$	Cociente de potencias con el mismo exponente, pero distinta base: se dividen las bases y se deja el mismo exponente.

## 5.2. Radicales

## MÓDULO 1 ACT

La operación inversa a la potenciación es la radicación. Dado un número  $a$ , se llama raíz enésima (o radical de índice  $n$ ) de “ $a$ ” a todo número real “ $r$ ” que verifique que  $r^n = a$ .

Se escribe  $\sqrt[n]{a} = r$

Ejemplo:

$$\sqrt[3]{8} = 2 \leftrightarrow 2^3 = 8$$

### Raíces cuadradas

La **raíz cuadrada** de un número “ $a$ ” es otro número “ $b$ ” tal que, al elevarlo al cuadrado se obtiene el número  $a$ .

$$\sqrt{a} = b \rightarrow b^2 = a$$

- Calcular la raíz cuadrada es la **operación inversa** de elevar al cuadrado.

$$\sqrt{49} = 7 \text{ porque } 7^2 = 49$$

- La raíz cuadrada puede ser exacta o entera:
  - La raíz cuadrada es **exacta** cuando existe un número “ $b$ ”, que elevado al cuadrado en igual a “ $a$ ”.

$$\sqrt{a} = b \rightarrow b^2 = a$$

A los números que poseen raíces cuadradas exactas se les llama **cuadrados perfectos**.

- La raíz cuadrada es **entera** cuando el número  $a$  no tiene un cuadrado perfecto. Ejemplo:  $\sqrt{17} = 4^2 + 1$

### ACTIVIDAD RESUELTA

**Calcular la raíz de los 10 primeros cuadrados perfectos:**

$$\sqrt{1} = 1 \text{ porque } 1^2 = 1$$

$$\sqrt{4} = 2 \text{ porque } 2^2 = 4$$

$$\sqrt{9} = 3 \text{ porque } 3^2 = 9$$

$$\sqrt{16} = 4 \text{ porque } 4^2 = 16$$

$$\sqrt{25} = 5 \text{ porque } 5^2 = 25$$

$$\sqrt{36} = 6 \text{ porque } 6^2 = 36$$

$$\sqrt{49} = 7 \text{ porque } 7^2 = 49$$

$$\sqrt{64} = 8 \text{ porque } 8^2 = 64$$

$$\sqrt{81} = 9 \text{ porque } 9^2 = 81$$

$$\sqrt{100} = 10 \text{ porque } 10^2 = 100$$

**Hallar el lado de un cuadrado cuya área es  $49\text{cm}^2$ .**

## MÓDULO 1 ACT

Parte nº 1: Clasificación de los números. Operaciones básicas. La célula  
Tema 1: Números naturales y enteros. Operaciones básicas

49 cm<sup>2</sup>

es lado por lado.  $A = l \cdot l = l^2$

$$A = 49 = l^2 \rightarrow l = \sqrt{49} = 7$$

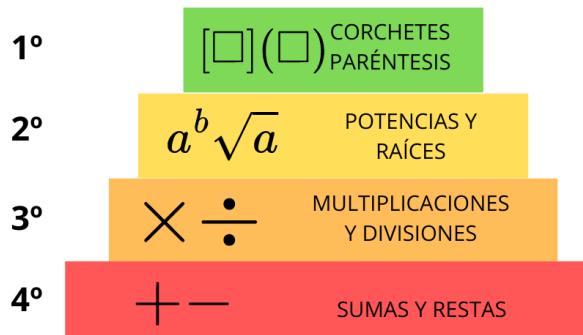
El lado del cuadrado mide 7cm.

### 6. OPERACIONES COMBINADAS

En las operaciones combinadas el **orden o jerarquía de las operaciones** es el siguiente:

- 1º. Se resuelven las operaciones que hay dentro de los paréntesis.
- 2º. Se resuelven las multiplicaciones y divisiones en el orden en que aparecen, de izquierda a derecha.
- 3º. Se resuelven las sumas y restas en el orden en que aparecen, de izquierda a derecha.

### PRIORIDAD DE LAS OPERACIONES



### 7. RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS UTILIZANDO NÚMEROS NATURALES Y ENTEROS

La resolución de problemas es un proceso complejo. Por ello conviene habituarse a proceder de un modo ordenado, ante cualquier problema, siguiendo estas cuatro fases o pasos: comprender el enunciado, plantearlo, resolverlo y plantear la solución.

## MÓDULO 1 ACT

Parte nº 1: Clasificación de los números. Operaciones básicas. La célula  
Tema 1: Números naturales y enteros. Operaciones básicas

**CGAB**  
CEPA Gustavo  
Adolfo Bécquer



### ACTIVIDADES PROPUESTAS. MÓDULO 1. TEMA 1

#### ACTIVIDAD 1

**Escribe cómo se leen los siguientes números e indica qué posición ocupa la cifra 8 en cada uno de ellos:**

a) 1.348.752

b) 68.000.505

c) 507.890

**d) 101.080**

## ACTIVIDAD 2

- a) Tres mil millones treinta mil doscientos.**
- b) Doce mil treinta y dos millones quinientos tres mil veintiuno.**
- c) Diez millones ciento un mil diez.**
- d) Quinientos setenta y dos mil noventa y ocho.**
- e) Nueve millones trescientos cuarenta y cinco mil setenta y seis.**
- f) Dieciocho millones cuatro mil dieciséis.**
- g) Cuatro millones ciento tres.**

## ACTIVIDAD 3

Escribe el símbolo  $>$ ,  $<$  o  $=$  según corresponda:

- |   |   |   |
|---|---|---|
| <b>a) 137.89</b> <input type="text"/> <b>130.789</b>  | <b>b) 234.432</b> <input type="text"/> <b>234.532</b> | <b>c) 440.404</b> <input type="text"/> <b>440.044</b> |
| <b>d) 12.345</b> <input type="text"/> <b>12.345</b>   | <b>e) 62.371</b> <input type="text"/> <b>63.271</b>   | <b>f) 123.011</b> <input type="text"/> <b>123.101</b> |
| <b>g) 112.451</b> <input type="text"/> <b>112.453</b> | <b>h) 345.908</b> <input type="text"/> <b>345.111</b> | <b>i) 567.999</b> <input type="text"/> <b>567.899</b> |

## ACTIVIDAD 4

Realizar las siguientes operaciones:

- a)  $6570 + 167 + 8658 =$**
- b)  $11929 - 8974 =$**
- c)  $2306 \cdot 305 =$**
- d)  $54000 : 1000 =$**
- e)  $6 \cdot 4 + 3 \cdot 4 + 2 \cdot 4 =$**
- f)  $150 : (10 : 5) =$**
- g)  $2 \cdot (5 + 3) \cdot 4 =$**
- h)  $200 - 9 \cdot (5 + 2 \cdot 2) =$**
- i)  $14 + 5 \cdot (6 - 3 \cdot 0) =$**
- j)  $32 + 2 \cdot 15 - (7 + 6 : 3) =$**
- k)  $444 : 2 - 7 \cdot (5 - 3) \cdot 2 =$**

## ACTIVIDAD 5

Sitúa en la recta numérica los siguientes números enteros:  $-3, +2, +5, +9, -6, +11, -11$

## ACTIVIDAD 6

Ordena de menor a mayor los números:

- a)  $+6, -10, 0, -5, +4, +3$**
- b)  $+4, -7, +2, -8, -6, +8$**

## MÓDULO 1 ACT

Parte nº 1: Clasificación de los números. Operaciones básicas. La célula  
Tema 1: Números naturales y enteros. Operaciones básicas

**CGAB**

**CEPA** Gustavo  
Adolfo Bécquer

### ACTIVIDAD 7

*Responde a estas preguntas:*

- a) Si el valor absoluto de un número es 4, ¿qué número puede ser?**
- b) Si el valor absoluto de un número es 5 y sabes que está a la izquierda del 0, ¿qué número es?**
- c) ¿Qué número tiene valor absoluto 7 y está entre -6 y -8?**

### ACTIVIDAD 8

*Saca factor común:*

a)  $3 \cdot b + 5 \cdot b - 2 \cdot b =$

b)  $6x4 + 3x4 + 2x4 =$

c)  $6 \cdot a + 6 \cdot b =$

d)  $2 \cdot a + 2 \cdot c =$

### ACTIVIDAD 9

*Realiza las siguientes multiplicaciones:*

a)  $2306 \times 305 =$

b)  $7650 \times 400 =$

c)  $3785 \times 501 =$

### ACTIVIDAD 10

*Completa las siguientes expresiones:*

a)  $425 \times 100 =$  \_\_\_\_\_

b)  $632 \times$  \_\_\_\_\_  $= 6320$

c) \_\_\_\_\_  $\times 1000 = 35000$

### ACTIVIDAD 11

*Realiza las siguientes multiplicaciones:*

a)  $(-4) \cdot (+2) =$

b)  $(+3) \cdot (+7) =$

c)  $(+3) \cdot (-5) =$

d)  $(-5) \cdot (-12) =$

e)  $2 \cdot (-3) =$

f)  $4 \cdot (-5) \cdot 2 =$

g)  $3 \cdot (-3) \cdot (-7) =$

h)  $(-2) \cdot (-5) \cdot (-9) =$

## ACTIVIDAD 12

**Realiza estas operaciones:**

- a)  $3 \cdot (-3) + 4 \cdot (-2) + (-4) \cdot (-5) =$
- b)  $-2 \cdot [-6 + 5 \cdot (-4 - 2)] =$
- c)  $17 - 9 \cdot 2 - (-5) \cdot (-4) =$
- d)  $2 \cdot (6 + 4) - (1 - 8) + (-1) \cdot (6 + 1) - 1 =$

## ACTIVIDAD 13

**Escribe en forma de potencia:**

- a)  $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 =$
- b)  $10 \cdot 10 =$
- c)  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 =$
- d)  $a \cdot a \cdot a \cdot a =$
- e)  $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 =$
- f)  $4 \cdot 4 \cdot 4 =$

## ACTIVIDAD 14

**Expresa y calcula:**

- a)  $4^2 =$
- b)  $6^3 =$
- c)  $5^4 =$
- d)  $2^5 =$

## ACTIVIDAD 15

**Calcula las siguientes raíces cuadradas:**

- a)  $\sqrt{1225} =$
- b)  $\sqrt{1444} =$
- c)  $\sqrt{2401} =$
- d)  $\sqrt{3844} =$

## ACTIVIDAD 16

**Indica el cociente de las siguientes divisiones:**

- a)  $54000 : 1000 =$
- b)  $7100 : 10 =$

## MÓDULO 1 ACT

Parte nº 1: Clasificación de los números. Operaciones básicas. La célula  
Tema 1: Números naturales y enteros. Operaciones básicas

**CGAB**

**CEPA** Gustavo  
Adolfo Bécquer

- c)  $470 : 10 =$   
d)  $31000 : 100 =$

### ACTIVIDAD 17

*Resuelve los siguientes problemas.*

- a) *Un grifo deja salir 15 litros de agua por minuto, ¿Cuánto tiempo tardará en llenar un depósito de 675 litros?*
- b) *¿Cuántos años son 5475 días? Se considera que un año tiene 365 días.*
- c) *Queremos guardar 768 latas de refresco en cajas de 24 latas cada una. ¿Cuántas cajas son necesarias?*
- d) *María, Antonio y Ana colecciónan sellos. Su tío tiene 235 para repartir entre los tres.*  
*¿Cuántos puede dar a cada uno? ¿Sobrará algún sello?*

### ACTIVIDAD 18

a)  $49067 : 31$

*Cociente:* \_\_\_\_\_

*Resto:* \_\_\_\_\_

b)  $34597 : 475$

*Cociente:* \_\_\_\_\_

*Resto:* \_\_\_\_\_

### ACTIVIDAD 19

*Realiza estas operaciones:*

- a)  $6 : (-2) =$   
b)  $(-20) : (+10) =$   
c)  $(-30) : (-5) =$   
d)  $(1 - 9 + 2) : (-3) =$

### ACTIVIDAD 20

*Resuelve las siguientes operaciones:*

- a)  $6 \cdot (-3) + 5 \cdot (-2) + (-4) \cdot (-5) =$   
b)  $-2 \cdot [-3 + 4 \cdot (-5 - 2)] =$   
c)  $2 - 3 \cdot [(5 - 2) \cdot (3 - 6) + 8] =$

- d)  $20 - 9 \cdot 2 - (-5) \cdot (-2) =$   
e)  $2 \cdot (3 + 5) - (8 - 1) + (-1) \cdot (3 + 1) - 8 =$   
f)  $9 : [6 : (-2)] =$   
g)  $[(+7) \cdot (-20)] : (+10) =$   
h)  $(+4) \cdot (1 - 9 + 2) : (-3) =$   
i)  $[35 - (6 - 34) + (8 - 22)] : 7 =$   
j)  $7 \cdot [6 - (-5)] - 4 \cdot (5 - 3) =$

## ACTIVIDAD 21

*Un edificio de 30 pisos tiene el ascensor estropeado y para llegar a la azotea es preciso subir andando 540 peldaños (escaleras). Eva sube 30 peldaños por minuto y Sergio 45. ¿Cuánto tardará cada uno en subir a la azotea?*

## ACTIVIDAD 22

**Los termómetros de 2 lugares distintos marcan  $-7^{\circ}\text{C}$  y  $12^{\circ}\text{C}$ . ¿Cuántos grados de diferencia hay entre ambos lugares?**

## ACTIVIDAD 23

**Carlos gana 8 euros por hora peinando caballos. Después de trabajar 8 horas tenía 94€. ¿Cuánto dinero tenía antes de comenzar a trabajar?**

## MÓDULO 1 ACT

Parte nº 1: Clasificación de los números. Operaciones básicas. La célula

Tema 2: Números fraccionarios y decimales. Operaciones Básicas.

**CGAB**

**CEPA** Gustavo  
Adolfo Bécquer

# Modulo 1 ACT. Parte nº 1.

## Tema 2:

### Números fraccionarios y decimales.

### Operaciones básicas

## ÍNDICE

#### 1) LAS FRACCIONES.

- 1.1. Concepto.
- 1.2. Fracciones equivalentes.
- 1.3. Fracción propia e impropia.
- 1.4. Simplificación de fracciones.
- 1.5. La fracción como un operador.
- 1.6. Reducción de fracciones a un denominador común.
- 1.7. Comparación de fracciones.

#### 2) OPERACIONES CON NÚMEROS RACIONALES.

- 2.1. Suma y resta de números racionales.
- 2.2. Multiplicación de números racionales.
  - 2.2.1. Números inversos.
- 2.3. División de números racionales.
- 2.4. Operaciones combinadas. Jerarquía de operaciones.

#### 3) NÚMEROS DECIMALES.

- 3.1. Relación entre fracciones y decimales.
  - 3.1.1. ¿Cómo se escribe una fracción decimal en forma de número decimal?
  - 3.1.2. ¿Cómo se escribe una fracción ordinaria en forma de número decimal?
  - 3.1.3. Cálculo de fracciones generatrices.
- 3.2. Ordenación y representación de números decimales.
- 3.3. Operaciones con decimales.
  - 3.3.1. Suma y resta de números decimales.
  - 3.3.2. Multiplicación de un número decimal por la unidad seguida de ceros.
  - 3.3.3. Multiplicación de números decimales.
  - 3.3.4. División de un número decimal por la unidad seguida de ceros.
  - 3.3.5. División de un número decimal entre un número natural.
  - 3.3.6. División de dos números decimales.

#### 4) RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS UTILIZANDO NÚMEROS RACIONALES Y DECIMALES.

# INTRODUCCIÓN

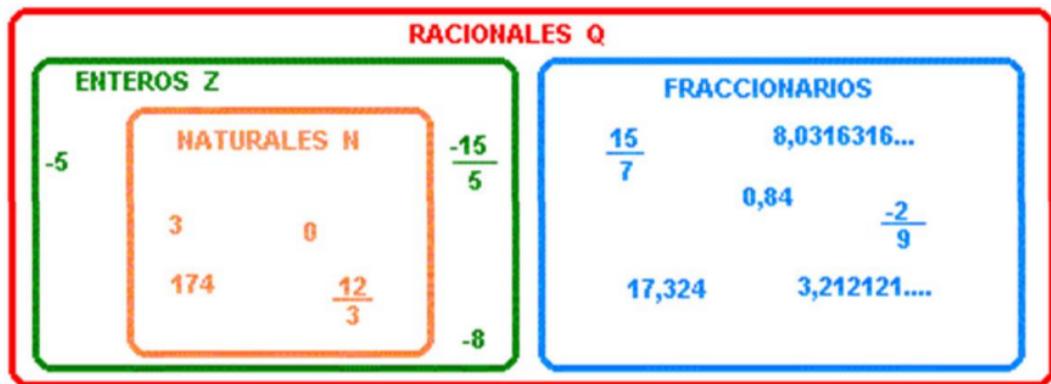


Imagen nº 1 Los números Racionales y decimales. Fuente:  
[http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales\\_didacticos/Fracciones\\_decimales\\_porcentajes/Fracciones\\_4.htm](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Fracciones_decimales_porcentajes/Fracciones_4.htm)  
 Autor: Desconocido. Licencia: CC

## 1) LAS FRACCIONES.

### 1.1 CONCEPTO

Una fracción es el cociente de dos números. Es una o varias partes iguales en que dividimos la unidad. Representan siempre una cierta parte de “algo”. Ese “algo” es la unidad que elegimos.

La fracción es un par de números naturales  $a$  y  $b$  en la forma  $\frac{a}{b}$

**¡Cuidado!** No podemos dividir por cero, luego el numero b no puede ser 0

Los elementos que forman la fracción son:

- El **numerador**. Es el número de arriba, indica las partes que tenemos del todo.
- El **denominador** es el numero de abajo, indica el numero de partes en que hemos dividido la unidad o el todo.
- La raya de la fracción, es una raya horizontal que los separa.

## MÓDULO 1 ACT

Parte nº 1: Clasificación de los números. Operaciones básicas. La célula  
Tema 2: Números fraccionarios y decimales. Operaciones Básicas.

- ❖ Como una parte de la unidad. Se divide a la unidad en tantas partes iguales como indica el denominador y se toman las partes que indique el numerador.
- ❖ Como una división. El numerador es el dividendo y el denominador es el divisor

$$\frac{3}{4} = 3:4 = 0,75$$

- ❖ Como un operador. Cuando hay que hallar la fracción de un número, se multiplica la fracción por el número (se multiplica el numerador por el número y se divide el resultado entre el denominador)

$$\frac{3}{4} \text{ de } 20 = \frac{3}{4} \cdot 20 = \frac{3 \cdot 20}{4} = 15.$$

- ❖ Una fracción nos sirve para expresar la razón que guardan dos magnitudes proporcionales.
- ❖ Una fracción también es un tanto por ciento.

Veamos ahora cómo se leen las fracciones.

Primero se lee el numerador como cualquier número, después se lee el denominador de esta manera:

- Si es el 1 se lee enteros.
- Si es el 2 se lee medios.
- Si es el 3 se lee tercios.
- Si es el 4 se lee cuartos.
- Si es el 5 se lee quintos
- Si es el 6 se lee sextos
- Si es el 7 se lee séptimos
- Si es el 8 se lee octavos
- Si es el 9 se lee novenos
- Si es el 10 se lee décimos
- Si es más de 10 se lee el número terminado en avos. Ejemplo onceavos, doceavos, treceavos, ...
- Cuando el denominador es mayor de 11, se le añade la terminación “**avos**”.

### 1.2 FRACCIONES EQUIVALENTES

Las fracciones equivalentes tienen distinto numerador y denominador, pero valen los mismo.

Para obtener otra fracción equivalente a una dada nos basta con multiplicar o dividir sus términos por el mismo número.

## MÓDULO 1 ACT

Parte nº 1: Clasificación de los números. Operaciones básicas. La célula  
Tema 2: Números fraccionarios y decimales. Operaciones Básicas.

**CGAB**

**CEPA** Gustavo  
Adolfo Bécquer

Productos cruzados. Para comprobar si dos fracciones son equivalentes o no, el método más fácil es el de los productos cruzados.

Multiplicamos sus términos en aspa: El producto del numerador de una fracción por el denominador de la otra ha de dar el mismo número en ambos casos.

Veámoslo con un gráfico:

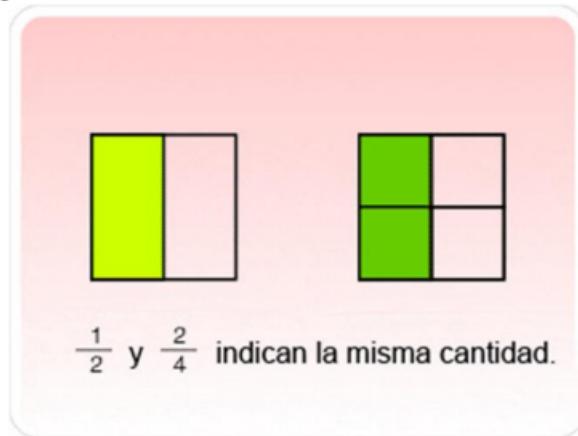


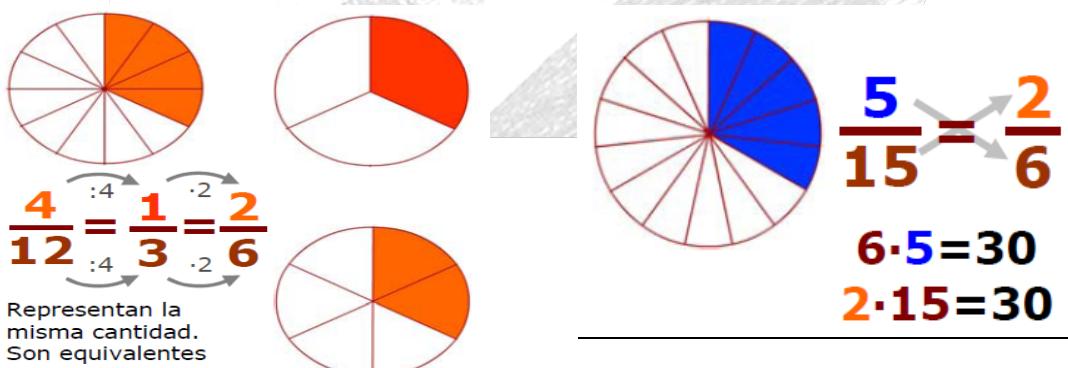
Imagen nº 2: Fracciones equivalentes

Fuente: <https://es.wikipedia.org/wiki/Fracci%C3%B3n>

Autor: Desconocido Licencia: Dominio público

Para obtener fracciones equivalentes a una dada basta con multiplicar o dividir el numerador y del denominador por el mismo número. Si obtenemos fracciones equivalentes mediante multiplicaciones, se denominan fracciones amplificadas. Si obtenemos fracciones equivalentes mediante divisiones, se denominan fracciones simplificadas

En general, cualquier fracción de la forma  $-a/b$  es equivalente a la fracción  $a/-b$ , pero resulta más cómodo tener el signo negativo (-) en el numerador.



$\frac{2}{10}$	$\frac{8}{40}$	$\frac{20}{15}$
$\frac{9}{45}$		
$\frac{1}{5} = 0,2$	$\frac{3}{1} = 3$	$\frac{5}{3} = 1,666\dots$

Imagen: Fracciones equivalentes Fuente: <https://es.wikipedia.org/wiki/Fracci%C3%B3n>  
 Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público

## 1.3 FRACCIONES PROPIAS E IMPROPIAS

Podemos apreciar el valor de una fracción si nos fijamos en su numerador y su denominador.

- Si el numerador es más pequeño que el denominador, entonces la fracción vale menos de 1 y se denomina **propia**.

Ejemplos: a)  $\frac{4}{6} < 1$       b)  $\frac{2}{5} < 1$

- Si el numerador es igual al denominador, entonces la fracción vale 1.

Ejemplos: a)  $\frac{6}{6} = 1$       b)  $\frac{3}{3} = 1$

- Si el numerador es mayor que el denominador, entonces la fracción vale más de 1 y se denomina **impropia**.

Ejemplos: a)  $\frac{4}{3} > 1$       b)  $\frac{7}{5} > 1$

En resumen:

- Si el numerador < denominador, la fracción vale < 1 y se denomina impropia.
- Fracción propia se denomina si numerador = denominador, por lo que la fracción = 1.
- Fracción impropia es también cuando numerador > denominador, la fracción es mayor que 1

## 1.4 SIMPLIFICACIÓN DE FRACCIONES

Simplificar una fracción es convertirla en otra equivalente cuyos términos sean números más pequeños.

Todas las fracciones equivalentes entre sí representan el mismo valor. Por tanto, nos interesa emplear la fracción más simple, es decir la que tenga menor numerador y denominador; a esa fracción se le llama **fracción irreducible**.

Para simplificar, si multiplicamos o dividimos al numerador y al denominador por el mismo número obtenemos otra fracción equivalente.

Para simplificar una fracción debemos buscar un número que sea divisor del numerador y del denominador para dividirlos por él.

Para simplificar una fracción y obtener su fracción irreducible, se calcula el máximo común divisor (m.c.d) del numerador y del denominador y se dividen ambos por dicho número (m.c.d).

## MÓDULO 1 ACT

Parte nº 1: Clasificación de los números. Operaciones básicas. La célula  
Tema 2: Números fraccionarios y decimales. Operaciones Básicas.

Ejemplo: Vamos a simplificar la fracción  $\frac{24}{36}$  hasta calcular su fracción irreducible:

Calculamos el máximo común divisor del numerador y del denominador.  
m.cd. (24,36) = 12 y dividimos el número y el denominador por ese número.

$$24:12 = 2$$

36:12 = 3 por lo que la fracción irreducible será 2/3

### 1.5 FRACCIONES COMO OPERADOR

Una de las aplicaciones que hacemos de las fracciones es cuando las utilizamos como operador. Aplicamos la fracción a otro números o cantidad. En estos casos, a fracción está realizando la operación de multiplicar.

Para multiplicar un número por una fracción, lo multiplicamos por el numerador y lo dividimos por el denominador. También podemos hacer la división primero y multiplicar el resultado por el numerador.

#### Ejemplo 1:

En la frutería hay 20 melones, si vende  $\frac{3}{4}$  del total, ¿cuántos melones habría vendido?

$$\frac{3}{4} \cdot 20 = \frac{3 \cdot 20}{4} = 15$$

Se venderían 15 melones.

#### Ejemplo 2

Una persona recibe  $\frac{2}{6}$  de un premio. Si ha recibido 2300 euros, ¿Cuánto era el premio en total?

El premio se ha dividido en 6 partes, de las cuales esa persona ha recibido 2 partes. Por lo tanto, habrá que dividir la cantidad entre 2 y multiplicar por 6

$$2300:2 = 1150;$$

1150x6 = 6900 EUROS ES EL PREMIO

### 1.6 REDUCCIÓN DE FRACCIONES A DENOMINADOR COMÚN

Para pasar fracciones a común denominador el método más adecuado es el mínimo común múltiplo de los denominadores, se siguen estos pasos:

## MÓDULO 1 ACT

Parte nº 1: Clasificación de los números. Operaciones básicas. La célula  
Tema 2: Números fraccionarios y decimales. Operaciones Básicas.

**CGAB**

**CEPA** Gustavo  
Adolfo Bécquer

1. Se halla el mínimo común múltiplo de los denominadores y se pone de denominador de cada una.
2. Para hallar cada uno de los nuevos numeradores se divide ese número por el denominador de la fracción y se multiplica por su numerador.

Ejemplo:

Vamos a reducir a común denominador las siguientes fracciones

$$\frac{3}{10} \quad \frac{7}{12} \quad \frac{4}{15}$$

$$10 = 5 \cdot 2$$

$$12 = 2^2 \cdot 3$$

$$15 = 5 \cdot 3$$

$$\text{m.c.m} (10, 12, 15) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$$

$$\frac{3}{10} = \frac{3 \cdot 6}{60} = \frac{18}{60}$$

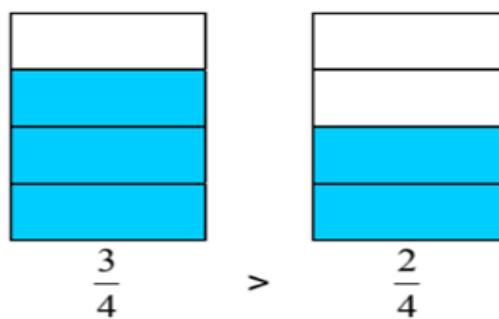
$$\frac{7}{12} = \frac{7 \cdot 5}{60} = \frac{35}{60}$$

$$\frac{4}{15} = \frac{4 \cdot 4}{60} = \frac{16}{60}$$

### 1.7 COMPARACIÓN DE FRACCIONES.

Vamos a distinguir entre dos tipos de fracciones:

1-De igual Denominador: se ordenan los numeradores y la fracción mayor será la que tenga mayor numerador.



## MÓDULO 1 ACT

Parte nº 1: Clasificación de los números. Operaciones básicas. La célula  
Tema 2: Números fraccionarios y decimales. Operaciones Básicas.

2- De distinto denominador: Debemos reducir las fracciones a común denominador y después se aplica el criterio anterior tal y como muestras el siguiente ejemplo.

$\frac{2}{5}$  y  $\frac{3}{7}$ ; como m.c.m. (5,7) = 35, tenemos  $\frac{2}{5} = \frac{14}{35}$  y  $\frac{3}{7} = \frac{15}{35}$ ; de donde se deduce que  $\frac{15}{35} > \frac{14}{35}$  al ser mayor el numerador, y por lo tanto:  $\frac{3}{7} > \frac{2}{5}$ .

### 2- OPERACIONES CON NÚMEROS RACIONALES.

Observad la utilización de los números racionales en el siguiente texto:

Uno de los matemáticos que más fama dieron a Alejandría fue Diofanto, quien vivió en la época de Pappo (siglo IV). Diofanto se consagró al álgebra, y ha legado a la posteridad el término ecuaciones diofánticas, que se refieren a las de soluciones enteras. Un epígrama griego nos narra de forma concisa su vida:

Fue muchacho **1/6** de su vida, su barba creció luego **1/12** más, se casó **1/7** después, tuvo un hijo cinco años más tarde, que vivió la mitad de la edad de su padre, el cual murió cuatro años después de su hijo.

#### 2-1 Suma y resta de números racionales.

Para sumar fracciones es necesario que tengan todo el mismo denominador.

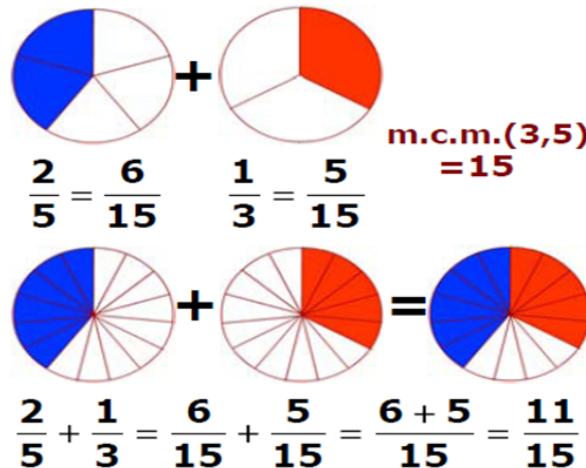
- Con igual denominador; el denominador será el mismo y el numerador será la suma de los numeradores.
- Con distinto denominador; se pasan a común denominador, es decir, se cambian por otras equivalentes a ella, pero con el mismo denominador todas, y ya se pueden sumar.

## MÓDULO 1 ACT

Parte nº 1: Clasificación de los números. Operaciones básicas. La célula  
Tema 2: Números fraccionarios y decimales. Operaciones Básicas.

**CGAB**

**CEPA** Gustavo  
Adolfo Bécquer



$$\frac{3}{5} + \frac{2}{3} - \frac{1}{6} = \text{m.c.m.(3,5,6)=30}$$

$$\frac{18}{30} + \frac{20}{30} - \frac{5}{30} = \frac{18+20-5}{30} =$$

$$= \frac{33}{30} = \frac{11}{10}$$

### 2.2- Multiplicación de números racionales.

Para **multiplicar fracciones** no hace falta pasarlas a común denominador, se multiplican directamente.

Multiplicamos sus numeradores y lo ponemos de numerador, multiplicamos sus denominadores y lo ponemos de denominador.

#### 2.2.1- Números inversos

La inversa de una fracción es otra fracción que al ser multiplicada por ella da la fracción unidad.

La fracción que tiene el numerador y denominador intercambiados respecto de ella, es su **fracción inversa**

**A/B decimos que su inversa es B/A**

### 2.3- Divisiones de números racionales.

Al dividir dos números racionales obtendremos otros números racionales cuyo denominador será la multiplicación del numerador de la primera por el denominador de la segunda y cuyo denominador será la multiplicación del denominador de la primera por el numerador de la segunda. Observamos que es como si se multiplicaran en cruz.

$$\frac{3}{4} : \frac{6}{10} = \frac{3 \cdot 10}{4 \cdot 6} = \frac{30}{24} = \frac{5}{4}$$

Dividir una fracción por otra es lo mismo que multiplicar la primera fracción por la inversa de la segunda fracción.

$$\frac{7}{2} \cdot \frac{5}{9} = \frac{7}{2} \cdot \frac{5}{9} = \frac{63}{10}$$

## 2.4. Operaciones combinadas. Jerarquía de operaciones.

Para realizar operaciones combinadas hay que seguir la misma jerarquía que se ha usado con los números naturales y enteros.

El procedimiento sería el siguiente:

- ✓ Primero resolvemos corchetes y paréntesis
- ✓ Potencias y raíces
- ✓ Multiplicaciones y divisiones de izquierda a derecha
- ✓ Por último, sumas y restas de izquierda a derecha.
- ✓ La fracción que resulte se simplificará lo máximo posible siempre.

## 3) NÚMEROS DECIMALES.

Un decimal es un número fraccionario y se indica por medio de dígitos después de un punto llamado punto decimal, este punto nos sirve para escribir valores más pequeños de la unidad, como son las décimas, las centésimas, milésimas.... etc

Décimas, centésimas y milésimas son ordenes decimales. En un número decimal representamos la unidades decimales situándolas a la derecha de las unidades y separadas por una coma. En lso numero adecimales distinguimos dos partes: parte entera y la parte decimal.



Imagen. Partes de los números decimales. Autor: Ana Jose Garcia Tejas

## MÓDULO 1 ACT

Parte nº 1: Clasificación de los números. Operaciones básicas. La célula  
Tema 2: Números fraccionarios y decimales. Operaciones Básicas.

### TABLA DE VALOR POSICIONAL DE NÚMEROS NATURALES

TERCER PERÍODO BILLONES			SEGUNDO PERÍODO MILLONES			PRIMER PERÍODO UNIDADES SIMPLES		
MILLARES DE BILLONES		UNIDADES DE BILLONES	MILLARES DE MILLONES		UNIDADES DE MILLONES	MILLARES		UNIDADES
MIL	BILLON-ES	MIL	MIL	BILLON-ES	MIL	C	D	U
2	3	8	6	2	1	0	7	8
9	5	7	9	5	7	3	5	0
5	2	3	5	2	3	0	5	2

### TABLA DE VALOR POSICIONAL DE NÚMEROS DECIMALES

ENTEROS				PUNTO	DECIMALES								
1	4	2		.	2	4	6	3	2	1	4	5	2
					DECIMOS	CENTÉSIMOS	MILÉSIMOS	DIEZMILÉSIMOS	CIENMILÉSIMOS	MILLONÉSIMOS	MOS.	DIEZMILLONÉSI	MILMILLONÉSIM

Imagen Tabla de valor posicional de los números naturales.  
<https://www.pinterest.com.mx/pin/732609064407441015/>

Las fracciones que tienen por denominador la unidad seguida de ceros se llaman fracciones decimales.

### 3.1. Relación entre fracciones y decimales.

Hay una correspondencia entre los números decimales y los racionales, y es que a cada número decimal podemos hacerle corresponder una fracción decimal.

$$56,247$$

$$\frac{2}{10} \quad \frac{4}{100} \quad \frac{7}{1000}$$

Imagen. Correspondencia de numero decimal o fracción. Autor: Ana José García

### 3.1.1. ¿Cómo se escribe una fracción decimal en forma de número decimal?

- Se escribe sólo el numerador y se separan con una coma, a partir de la derecha, tantas cifras decimales como ceros tenga el denominador.

Ejemplos:  $\frac{1}{10} = 0,1$      $\frac{32}{10} = 3,2$      $\frac{413}{1000} = 0,413$

- La coma se puede colocar abajo o arriba; es decir, la podrás ver así 3,6 y así 3'6.

**Para leer un número decimal** se dice primero la parte entera, seguida de la palabra “unidades” o “enteros” y después se lee la parte decimal acabando con el nombre del lugar que corresponde a la ultima cifra decimal.

### 3.1.2. ¿Cómo se escribe una fracción ordinaria en forma de número decimal?

Para escribir una fracción en forma decimal se divide el numerador entre el denominador. Por ejemplo, para convertir  $\frac{4}{9}$  en forma de número decimal tenemos que dividir el numerador entre el denominador:

9 | 4

1 2

Como la división no es exacta, ponemos una coma en el cociente y añadimos un cero al resto y continuamos dividiendo

$$\begin{array}{r|l} 9 & 4 \\ 10 & 2,2 \end{array}$$

y continuamos dividiendo añadiendo otro cero al resto.

9 | 4

10 2,25  
20

Como el resto es 0 ya no continuamos la división

Imagen: Ejemplo de pasar de una fracción a un número decimal. Autor Ana José García

Si obtenemos en la división resto cero decimos que es un **decimal exacto**.

Si obtenemos un número decimal con infinitas cifras decimales que se repiten indefinidamente se le llama **decimal periódico**. Y al conjunto de cifras que se repiten se le llama **periodo**.

Cuando en un número decimal el período empieza justo detrás de la coma, se dice que el **decimal es periódico puro**.

Si entre la coma y el período hay varias cifras decimales, se llama **decimal periódico mixto**. A las cifras que hay antes del período se llama **anteperíodo**.

### 3.1.3. Cálculo de fracciones generatrices.

Un número decimal se puede expresar en forma de fracción llamada generatriz

Un **número decimal exacto**: en el numerador se coloca el mismo número sin coma y en el denominador se coloca un 1 y tantos ceros como decimales tenga el número.

$$4,3 = \frac{43}{10}; \quad 0,58 = \frac{58}{100}; \quad 3,745 = \frac{3745}{1000}$$

Un **número decimal periódico puro**: en el numerador se coloca el mismo número sin coma y se le resta la parte entera y en el denominador se colocan tantos 9 como números tenga el período.

$$3,\overline{16} = \frac{316 - 3}{99} = \frac{313}{99}; \quad 0,\overline{2345} = \frac{2345 - 0}{9999} = \frac{2345}{9999}$$

Un **número decimal periódico mixto**: en el numerador se coloca el mismo número sin coma y se le resta la parte entera y la parte decimal que no se repite y en el denominador se colocan tantos 9 como números tenga el período y tantos 0 como decimales no periódicos tenga.

$$0,0\overline{16} = \frac{16 - 1}{900} = \frac{15}{900} = \frac{1}{60}$$

## 3.2. Ordenación y representación de números decimales.

Para ordenar se compara cifra por cifra, es decir:

1. La parte entera.
2. Si tienen la misma parte entera, nos fijamos en las décimas.
3. Si tienen las décimas iguales, nos fijamos en las centésimas...etc.

Un número decimal es mayor que otro, si al representarlo en la recta numérica queda más a la derecha.

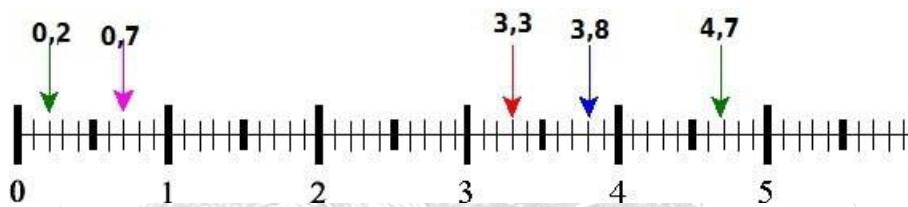


Imagen: Representación de números decimales. Autor: Ana José García

## 3.3. Operaciones con decimales.

### 3.3.1. Suma y resta de números decimales.

Para sumar y restar dos números decimales hacemos lo siguiente:

1. Colocamos los números uno debajo del otro alineados por la coma.
2. Si no tienen el mismo número de cifras decimales, completamos con ceros aquel que tiene menos para igualarlo al otro término.
3. Se realiza la suma y la resta y colocamos la coma alineada con los términos que operamos.

### 3.3.2. Multiplicación de un número decimal por la unidad seguida de ceros.

Desplazamos la coma hacia la derecha tantas posiciones como ceros tiene el número. Si no hay suficientes lugares se añaden ceros a la derecha del número.

Ejemplos:

$$0,82 \times 10 = 8,2; 2,68 \times 100 = 268; \quad 6,6 \times 1000 = 6600$$

## MÓDULO 1 ACT

Parte nº 1: Clasificación de los números. Operaciones básicas. La célula  
Tema 2: Números fraccionarios y decimales. Operaciones Básicas.

**CGAB**

**CEPA** Gustavo  
Adolfo Bécquer

### 3.3.3. Multiplicación de números decimales.

Para multiplicar dos números decimales hacemos lo siguiente:

1. Colocamos los números decimales uno debajo del otro alineados a la derecha.
2. Multiplicamos como si fueran números naturales.
3. En el resultado ponemos la coma empezando a contar por la derecha, tantas cifras como la suma de decimales de los dos factores.

### 3.3.4. División de un número decimal por la unidad seguida de ceros.

Desplazamos la coma hacia la izquierda tantos lugares como ceros tiene la unidad. Si no hay suficientes cifras para desplazar la coma, añadimos ceros.

Ejemplos:

$$92 : 10 = 9.2; \quad 75 : 1000 = 0,075; \quad 8,5 : 1000 = 0,0085$$

### 3.3.5. División de un número decimal entre un número natural.

Para dividir un número decimal entre un número natural se divide la parte entera y cuando se llega a la parte decimal se pone la coma en el cociente y se sigue dividiendo.

### 3.3.6. División de dos números decimales.

Para dividir dos números decimales lo primero es quitar los decimales del divisor, por lo que en el dividendo se desplaza la coma hacia la derecha tantos lugares como cifras decimales tiene el divisor. Si el dividendo tiene menos cifras decimales que el divisor, se añaden ceros a la derecha.

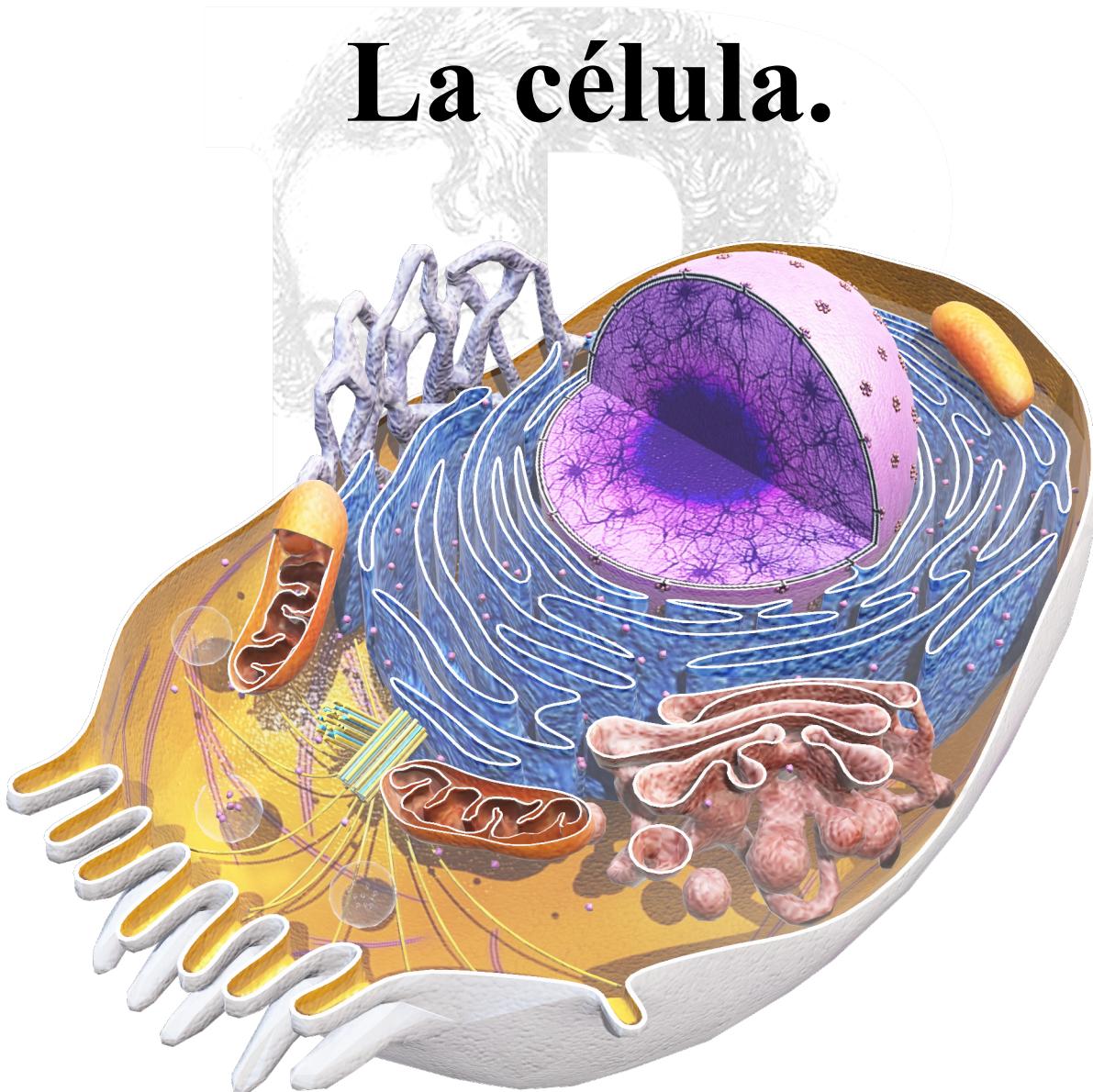
## 4) RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS UTILIZANDO NÚMEROS RACIONALES Y DECIMALES.

- Lee atentamente el enunciado del problema. (Entiendo el problema, lo planteo...)
- Fíjate qué cosa es lo que te pide que calcules.
- Mira los datos con los que cuentas.
- Haz un dibujo o esquema del problema. Representación gráfica
- Decide las operaciones que debes realizar hasta llegar al resultado.
- Resuélvelo con orden.
- Pon las unidades en el resultado.
- Observa el resultado, mira si el resultado es lógico o no. Puede ser que en algo te hayas confundido.

# Modulo 1 ACT

## Parte nº 1. Tema 3:

### La célula.



## ÍNDICE

<b>1. INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>3</b>
<b>2. LA ORGANIZACIÓN BÁSICA DE LA CÉLULA COMO UNIDAD ESTRUCTURAL Y FUNCIONAL DE LOS SERES VIVOS .....</b>	<b>3</b>
<b>2.1. La célula como unidad estructural y funcional de los seres vivos.....</b>	<b>3</b>
<b>2.2. Características de las células .....</b>	<b>4</b>
<b>3. LA TEORÍA CELULAR .....</b>	<b>4</b>
<b>4. TIPOS CELULARES .....</b>	<b>4</b>
<b>4.1. Célula procariota .....</b>	<b>5</b>
<b>4.1.1. Estructura de las células procariotas.....</b>	<b>5</b>
<b>4.2. Célula eucariota .....</b>	<b>5</b>
<b>4.2.1. Célula eucariota vegetal.....</b>	<b>6</b>
<b>4.2.2. Célula eucariota animal .....</b>	<b>6</b>
<b>5. ESTRUCTURA INTERNA DE LAS CÉLULAS: LOS ORGÁNULOS CELULARES .....</b>	<b>7</b>
<b>5.1. El citoplasma.....</b>	<b>7</b>
<b>5.2. Orgánulos celulares .....</b>	<b>8</b>
<b>5.2.1. Membrana celular .....</b>	<b>8</b>
<b>5.2.2. Pared celular .....</b>	<b>8</b>
<b>5.2.3. Núcleo .....</b>	<b>8</b>
<b>5.2.4. Ribosomas .....</b>	<b>9</b>
<b>5.2.5. Retículo endoplasmático .....</b>	<b>9</b>
<b>5.2.6. Aparato de Golgi .....</b>	<b>9</b>
<b>5.2.7. Líosomas .....</b>	<b>10</b>
<b>5.2.8. Mitocondrias .....</b>	<b>10</b>
<b>5.2.9. Cloroplastos .....</b>	<b>10</b>
<b>5.2.10. Vacuolas.....</b>	<b>11</b>
<b>5.2.11. Centriolos .....</b>	<b>11</b>

## 1. INTRODUCCIÓN

Pese a que las células parecen organismos sencillos, tienen una organización más compleja de lo que podemos pensar.

Los primeros estudios de la célula se iniciaron en 1665, cuando Robert Hooke observó tejidos vegetales en un microscopio fabricado por él mismo. Hooke encontró unas pequeñas celdillas en estos tejidos a las que denominó “células”.

Con el desarrollo de lentes y microscopios mejores se pudo conocer la gran diversidad microscópica que hay en la Tierra.

## 2. LA ORGANIZACIÓN BÁSICA DE LA CÉLULA COMO UNIDAD ESTRUCTURAL Y FUNCIONAL DE LOS SERES VIVOS

### 2.1. La célula como unidad estructural y funcional de los seres vivos

Lo primero que debemos saber es que las **células** son la **unidad funcional y estructural de los seres vivos**, siendo ellas mismas los **seres vivos más sencillos**. Por esa razón, dentro de los niveles de organización de los seres vivos, las células son el primer eslabón considerado “vivo”.

Decimos que es la **unidad funcional** porque realizan las **tres funciones vitales** (nutrición, relación y reproducción) y **todos los seres vivos estamos formados por ellas**. Existen dos tipos de organismos en función del número de células que los compongan:

- **Organismos unicelulares:** están formados por una única célula que realiza todas las funciones. Ejemplo son las bacterias, levaduras, etc.
- **Organismos pluricelulares:** están formados por varias células, las cuales se organizan en tejidos y órganos. El ejemplo más evidente somos nosotros mismos.

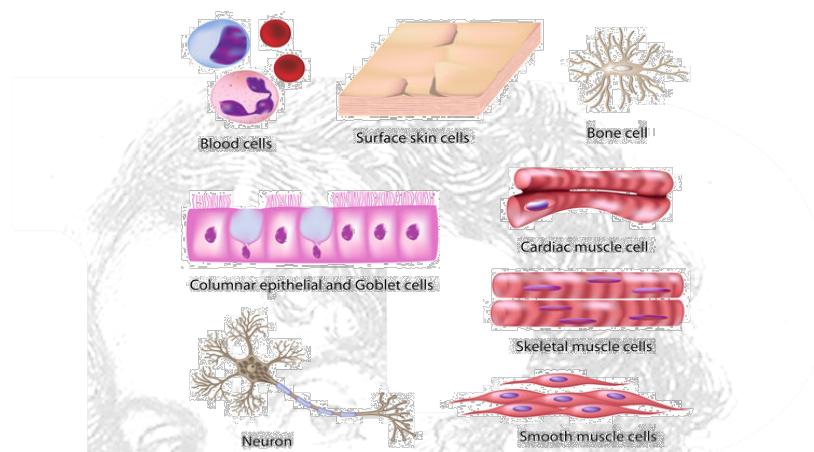


La célula es la **unidad estructural** por estar limitada por una **membrana plasmática**, es decir, tienen una estructura macromolecular que separa el medio interno de la célula (citoplasma) del medio exterior y permite el intercambio de sustancias entre ellas.

## 2.2. Características de las células

Las células tienen diferentes características:

- **Tamaño:** son organismos microscópicos, es decir, no se pueden ver a simple vista. En general, miden entre 1 a 20 micras ( $1\mu = 10^6\text{m} = 0,000001\text{m}$ ). No obstante, podemos encontrar células mucho más grandes que otras. Por ejemplo, las células eucariotas tienen mayor tamaño que las bacterias.
- **Forma:** pueden poseer diferentes morfologías dependiendo de la función que desempeñen. Por ejemplo, las células de nuestro epitelio son aplanadas, un espermatozoide dispone de una cola para moverse y la forma de las neuronas es especialmente llamativa. Por otro lado, existen bacterias redondas (cocos) o alargadas, como cilindros (bacilos), etc.



Fuente: <https://www.asturnatura.com/temarios/biologia/estructura-funcion-celular/diversidad-celular>

## 3. LA TEORÍA CELULAR

Los principios de esta teoría son:

1. La célula es la unidad de origen de los seres vivos: toda célula procede de otra.
2. La célula es la unidad estructural de los seres vivos: todos los seres vivos estamos formados por una o más células.
3. La célula es la unidad funcional de los seres vivos: es el ser vivo más pequeño capaz de realizar todas las funciones vitales.
4. La célula es la unidad genética de los seres vivos: contiene la información hereditaria necesaria para el desarrollo y funcionamiento de los organismos, que es heredada desde las células madres a las células hijas.

## 4. TIPOS CELULARES

Las células han sido separadas en dos grupos: las células eucariotas y procariotas. Esta división está basada en los **análisis moleculares del ARNr-16S** (ARN ribosomal) y en la **existencia de orgánulos celulares**. No obstante, debemos tener claro que, a pesar de las diferencias, ambos tipos de células comparten ciertos aspectos, probablemente porque proceden de un antecesor común. Por ejemplo, son comunes los mecanismos de transmisión del ADN, su fuente de energía principal son los carbohidratos y poseen membranas plasmáticas.

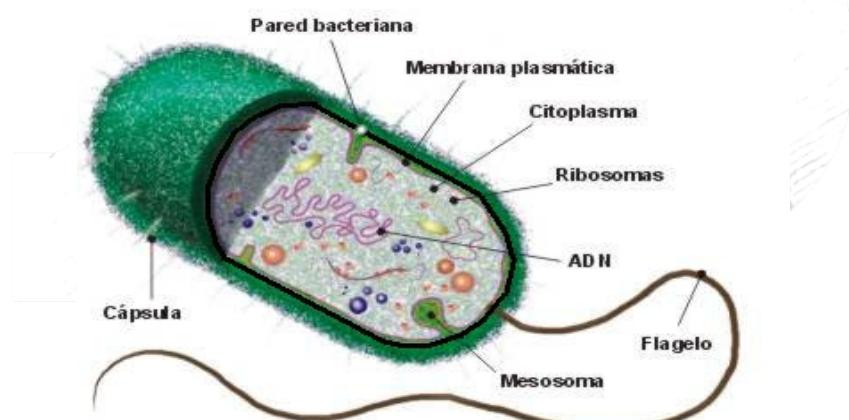
## 4.1. Célula procariota

Las células procariotas son las células más primitivas que existen en la Tierra. Su característica principal es que el ADN se encuentra libre en el citoplasma de la célula, es decir, no existe un núcleo que lo encierre. Además, su citoplasma no posee orgánulos.

El grupo de las células procariotas está formado por aquellos organismos que pertenecen a los dominios de la vida Arquea y Bacteria (antiguo Reino Moneras), siendo las bacterias las representantes más conocidas.

### 4.1.1. Estructura de las células procariotas

- Algunas bacterias patógenas poseen cápsula, que recubre a toda la bacteria por fuera.
- Poseen una pared celular rígida que da forma a la célula y la protege.
- Tienen una membrana plasmática debajo de esta pared celular. Su función es la misma que la de las células eucariotas: controlar el paso de sustancias.
- El citoplasma es el medio acuoso interno en el que se realizan todas las reacciones químicas que permiten a la célula sobrevivir, es decir, las reacciones metabólicas.
- Poseen ribosomas que participan en la traducción de proteínas (construcción de proteínas), aunque estos son diferentes a los de las células eucariotas.
- El ADN se encuentra libre en el citoplasma y se trata de una única molécula circular. Por tanto, las células procariotas disponen de un único cromosoma circular denominado nucleoide.
- Los plásmidos son pequeñas secuencias de ADN circular que confieren a la célula características particulares, como resistencia a los antibióticos o síntesis de toxinas. No se encuentran en las bacterias y nunca poseen genes esenciales para la vida de la bacteria, es decir, si los pierden, las células siguen siendo funcionales.
- Pueden tener elementos móviles, como flagelos o cílios.



Esta foto de Autor desconocido está bajo licencia CC BY-SA

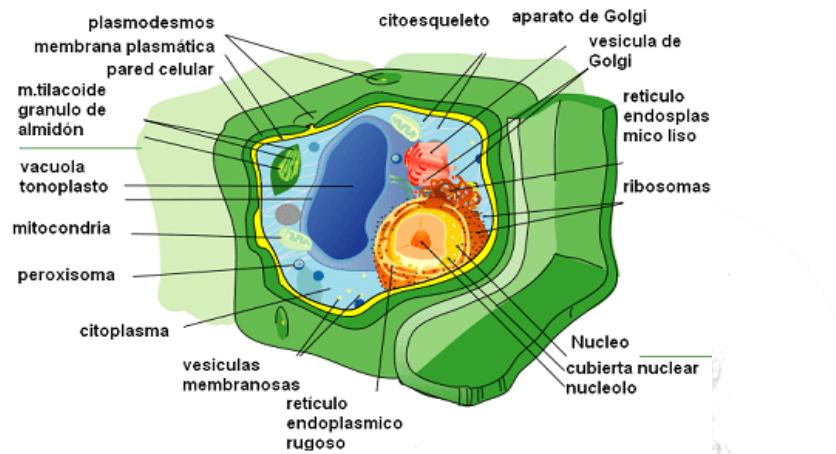
## 4.2. Célula eucariota

Las células eucariotas son las células más modernas y poseen orgánulos celulares, incluyendo un núcleo con ADN. Estas células se dividen en **células animales y vegetales**, entre las cuales existen orgánulos en común, como la membrana, citoplasma y el núcleo.

## 4.2.1. Célula eucariota vegetal

Las células vegetales son las que forman las plantas. Entre sus características destacamos:

- La presencia de cloroplastos, gracias a los cuales pueden realizar la fotosíntesis por contener el pigmento fotosintético clorofila. Por tanto, su nutrición es autótrofa.
- La pared celular que rodea a la membrana plasmática y da una forma regular a la célula.
- Poseen más vacuolas y de mayor tamaño que las células animales.
- No poseen centriolos.

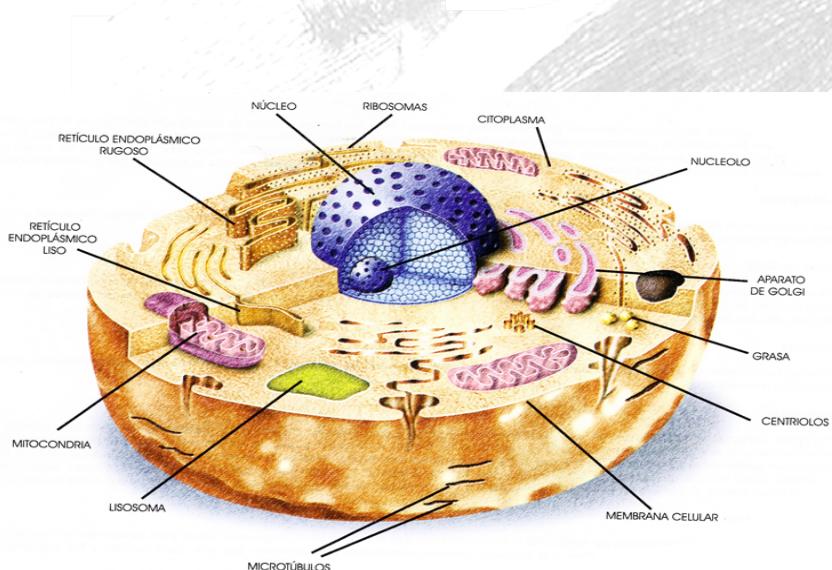


[Esta foto](#) de Autor desconocido está bajo licencia [CC BY-SA](#)

## 4.2.2. Célula eucariota animal

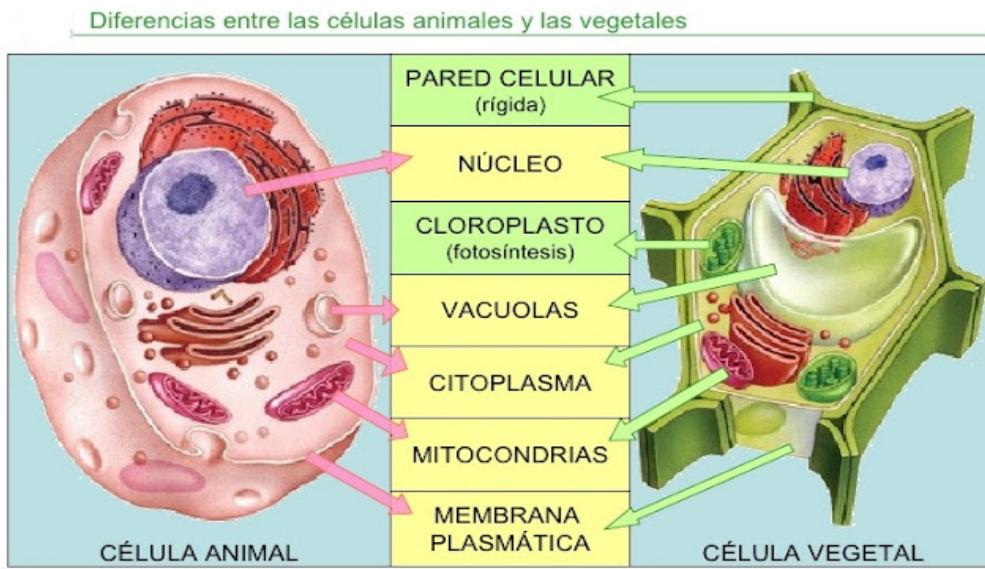
Las células animales son las que constituyen a los animales, hongos y protozoos.

- Poseen una membrana flexible, por lo que pueden poseer diferentes formas.
- Su forma de obtener energía es a través de la respiración celular, que se realiza en las mitocondrias. Por tanto, su nutrición es heterótrofa.
- No poseen cloroplastos, por lo que no pueden realizar la fotosíntesis.
- Poseen centriolos.
- Pueden tener estructuras que les confieran movimiento, como los flagelos y cilios.



[Esta foto](#) de Autor desconocido está bajo licencia [CC BY-NC-ND](#)

En la siguiente imagen veremos los organulos en común y propios de los dos tipos de células eucariotas:



[Esta foto](#) de Autor desconocido está bajo licencia [CC BY-NC-ND](#)

## 5. ESTRUCTURA INTERNA DE LAS CÉLULAS: LOS ORGÁNULOS CELULARES

Como hemos dicho, las células parecen más sencillas de lo que realmente son. En su interior, todas las células tienen un medio que almacena las sustancias, como los nutrientes, el material genético, etc.

Dependiendo del tipo de célula, este interior estará compartimentado o no en diferentes orgánulos celulares. No obstante, aunque los orgánulos no están presentes en todas las células, todas y cada una de ellas disponen de una membrana plasmática, un citoplasma, material genético y ribosomas.

En los siguientes apartados veremos algunos detalles de los orgánulos más importantes.

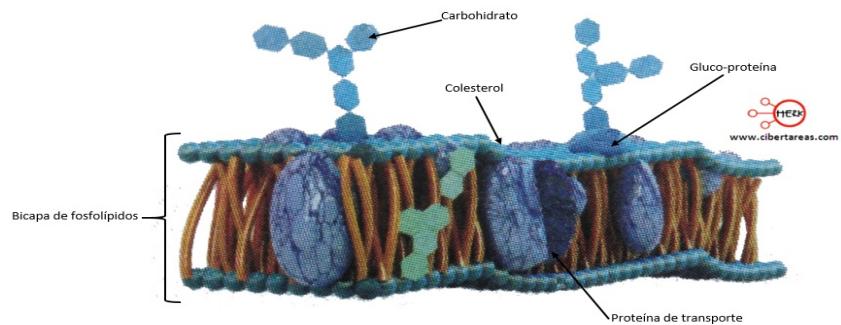
### 5.1. El citoplasma

El citoplasma es el medio interno celular. El citoplasma es un medio acuoso que contiene todos los orgánulos celulares (en células eucariotas) y es el medio en el que tienen lugar todas las reacciones químicas del metabolismo celular.

## 5.2. Orgánulos celulares

### 5.2.1. Membrana celular

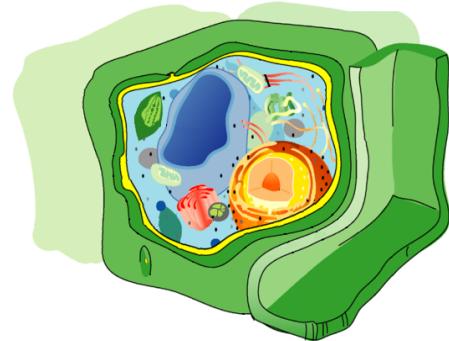
De la misma manera que nuestra piel, las células poseen una capa que separa el citoplasma del medio externo. A esta capa se la denomina membrana plasmática. Esta membrana envuelve por completo a la célula. La membrana plasmática está constituida por una doble capa de lípidos y diversas proteínas.



[Esta foto](#) de Autor desconocido está bajo licencia [CC BY-NC-ND](#)

### 5.2.2. Pared celular

La pared celular es una estructura presente solo en algunas células, como en las células eucariotas vegetales y en procariotas. Se trata de una estructura que da forma y consistencia a las células.

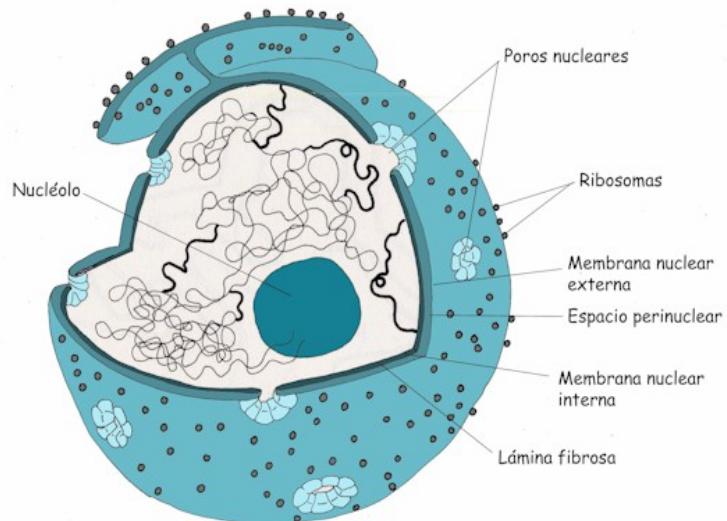


[Esta foto](#) de Autor desconocido está bajo licencia [CC BY-](#)

### 5.2.3. Núcleo

Se encuentra presente solamente en las células eucariotas. Contiene el ADN de la célula y dirige toda la actividad que tiene lugar en el citoplasma. Está formado por:

- La membrana nuclear.
- Cromatina: es el ADN unido a proteínas, denominadas histonas. Cuando la célula se divide, la cromatina se compacta y forma los cromosomas.
- Nucléolo: se desconoce su función, pero se piensa que está implicado en la formación de ribosomas.



[Esta foto](#) de Autor desconocido está bajo licencia [CC BY-NC](#)

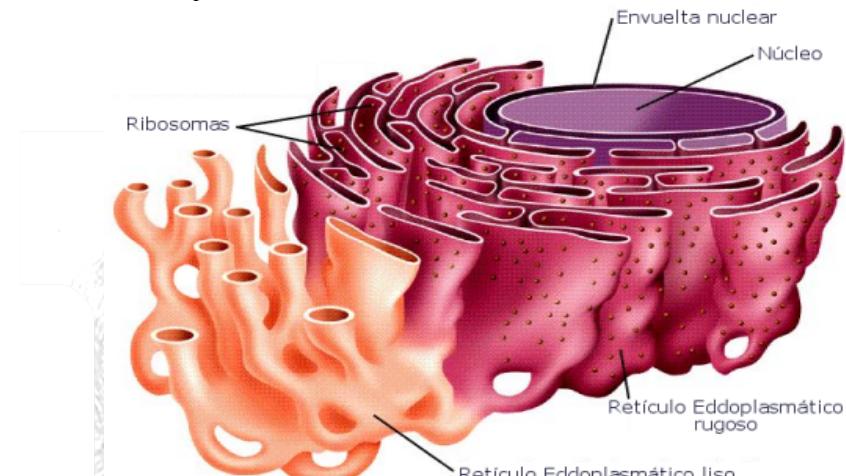
## 5.2.4. Ribosomas

Los ribosomas son los orgánulos encargados de la construcción de proteínas, participando en la traducción del ARN mensajero.

## 5.2.5. Retículo endoplasmático

Es un orgánulo complejo dividido en dos partes: el retículo endoplasmático rugoso y liso.

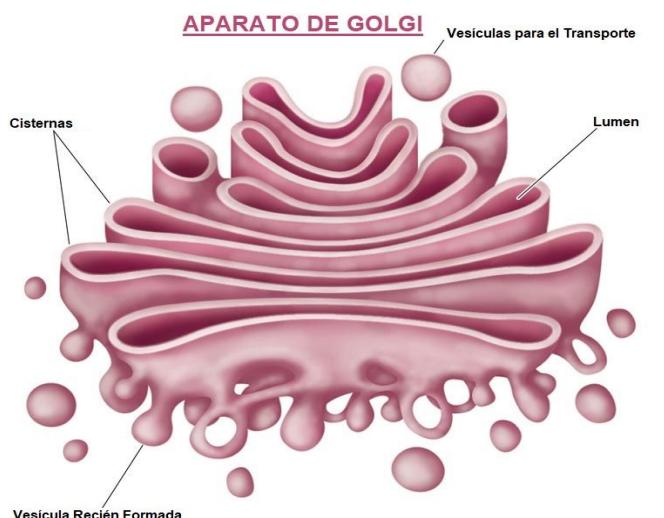
- **El retículo endoplasmático rugoso (RER)** posee ribosomas que le dan una apariencia rugosa. Su función es fabricar, almacenar y transportar proteínas.
- **El retículo endoplasmático liso (REL)**: es una continuación de la membrana nuclear y su función es fabricar lípidos.



[Esta foto de Autor desconocido está bajo licencia CC BY-SA-NC](#)

## 5.2.6. Aparato de Golgi

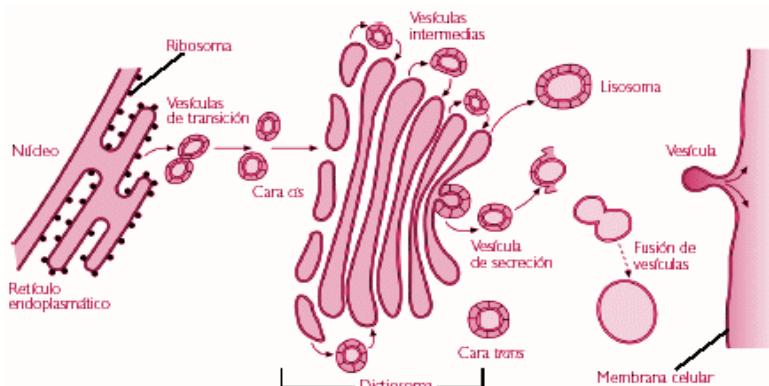
Son sacos apilados en los que se fabrican los lisosomas y se transportan proteínas y lípidos a la membrana plasmática.



[Esta foto de Autor desconocido está bajo licencia CC BY-SA-NC](#)

## 5.2.7. Lisosomas

Son el “estómago” de la célula, ya que dirigieren todas las estructuras innecesarias que tiene la célula, aprovechando sus componentes.



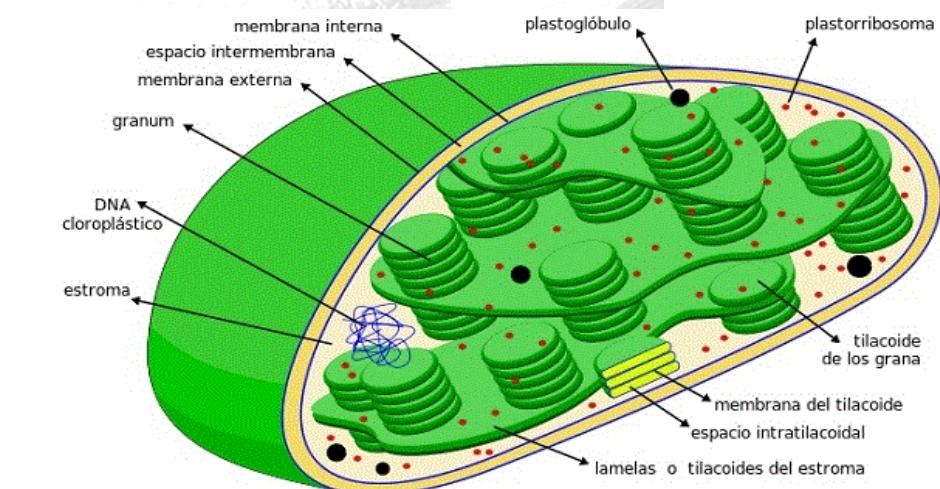
[Esta foto de Autor desconocido está bajo licencia CC BY-SA-NC](#)

## 5.2.8. Mitocondrias

Las mitocondrias son los orgánulos responsables de la respiración celular, transformando la materia orgánica en energía que la célula usará para realizar sus funciones.



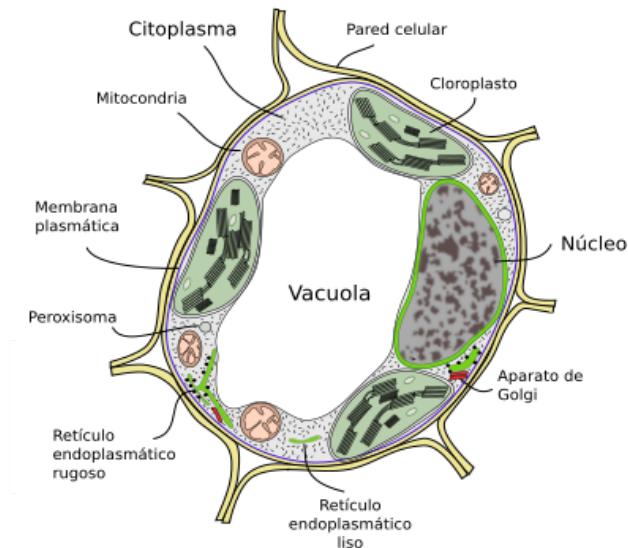
[Esta foto de Autor desconocido está bajo licencia CC BY-NC-ND](#)



[Esta foto de Autor desconocido está bajo licencia CC BY-SA](#)

## 5.2.10. Vacuolas

Las vacuolas son orgánulos membranosos que almacenan sustancias de reserva y agua. Están presentes en células eucariotas animales y vegetales, pero son de mayor tamaño en estas últimas.



[Esta foto](#) de Autor desconocido está bajo licencia [CC BY-SA-NC](#)

## 5.2.11. Centriolos

Son estructuras en forma cilíndrica que intervienen en la división celular en células eucariotas animales (ver imagen).



[Esta foto](#) de Autor desconocido está bajo licencia [CC BY-SA](#)

## 5.2.12. Cílios y flagelos

Son prolongaciones de la célula. Si son cortas y numerosas se denominan flagelos. Si son largos y solo tienen uno o dos, se denominan flagelos.



## EJERCICIOS

### 1. ¿De dónde viene el nombre de “célula” y quién la descubrió?

Cuando Hook, en 1665, observó las primeras células, le parecieron celdillas y por eso las nombró “células”.

### 2. ¿Todas las células tienen el mismo tamaño y forma?

No. Los tamaños oscilan entre 1 y 20 $\mu\text{m}$  y su forma depende de la función de la célula.

### 3. ¿Qué quiere decir que la célula es la unidad estructural y funcional de los seres vivos?

Es la **unidad funcional** porque realizan las **tres funciones vitales** (nutrición, relación y reproducción) y **todos los seres vivos estamos formados por ellas**.

La célula es la **unidad estructural** por estar limitada por una **membrana plasmática**, es decir, tienen una estructura macromolecular que separa el medio interno de la célula (citoplasma) del medio exterior y permite el intercambio de sustancias entre ellas.

### 4. ¿Qué diferencia hay entre organismos unicelulares y pluricelulares?

Pluricelulares están formados por varias células, las cuales se organizan en tejidos y órganos.

### 5. ¿Cuáles son los tres elementos estructurales que comparten todas las células?

El ADN, el citoplasma y la membrana plasmática.

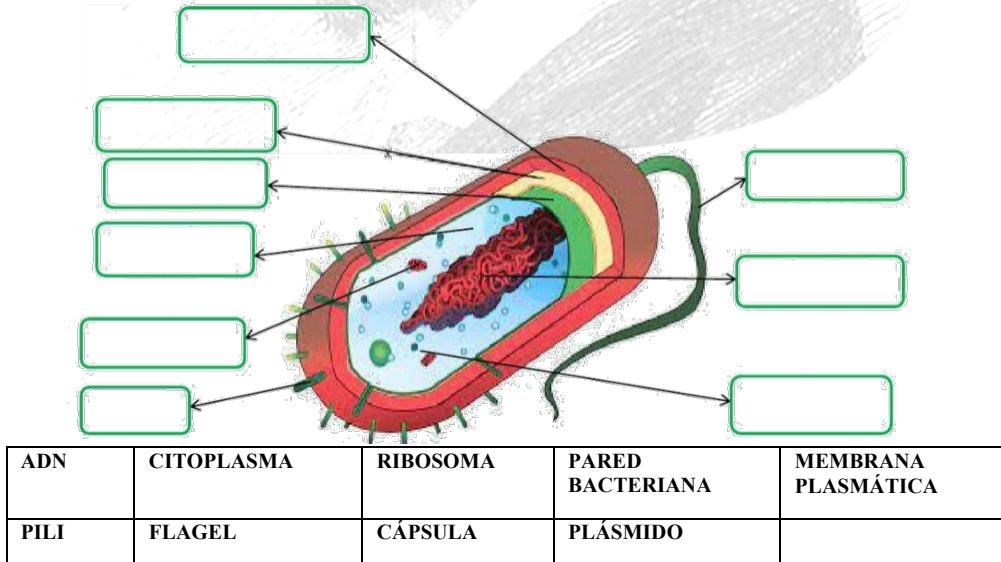
### 6. Cuáles son los dos tipos celulares que existen y en qué se basa esta clasificación.

Las células han sido separadas en dos grupos: las células eucariotas y procariotas. Esta división está basada en los **análisis moleculares del ARNr-16S** (ARN ribosomal) y en la **existencia de orgánulos celulares**.

### 7. Explica qué son las células procariotas.

Las células procariotas son las células más primitivas que existen en la Tierra. Su característica principal es que el ADN se encuentra libre en el citoplasma de la célula, es decir, no existe un núcleo que lo encierre. Además, su citoplasma no posee orgánulos.

### 8. Pon nombres a las partes de la célula procariota.



**9. Organiza en una tabla las estructuras comunes y propias entre las células procariota y eucariotas.**

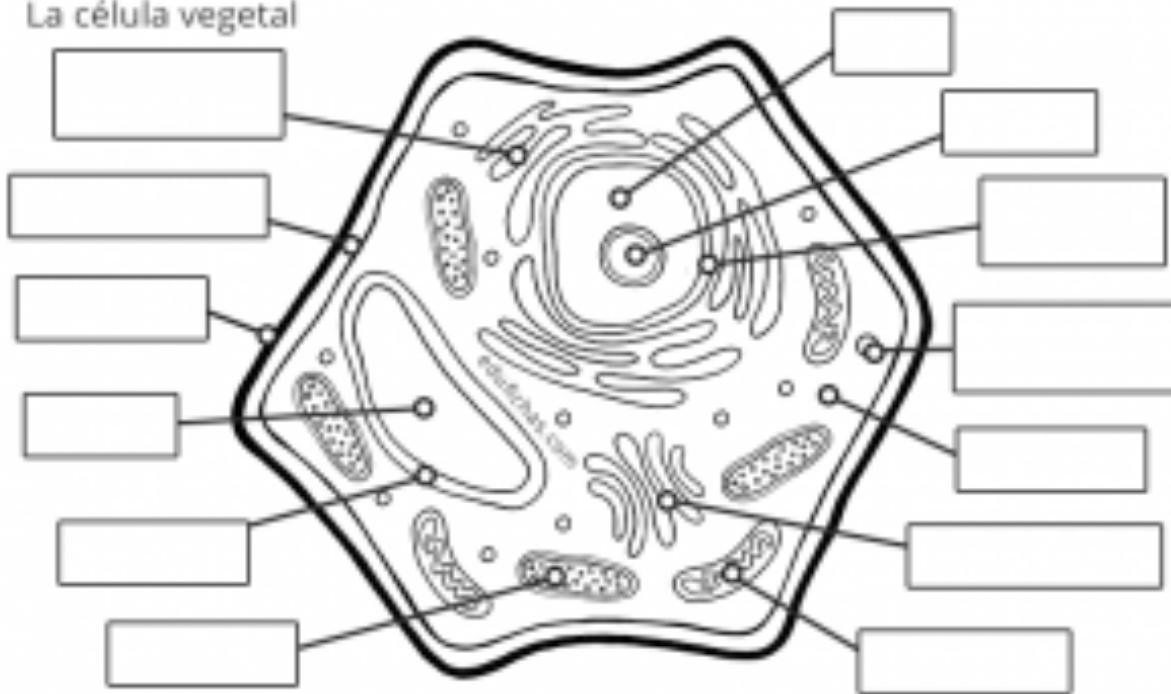
Procariotas	Eucariotas

**10. Organiza en una tabla las estructuras comunes y propias entre las células eucariotas vegetales y animales.**

Célula eucariota vegetal	Estructuras comunes	Célula eucariota animal
Cloroplastos	Membrana plasmática	Centriolos
Pared vegetal	Citoplasma	
	Material genético	
	Mitocondrias	
	Aparato de Golgi	
	Retículo endoplásmico	
	Ribosomas	
	Vacuolas	

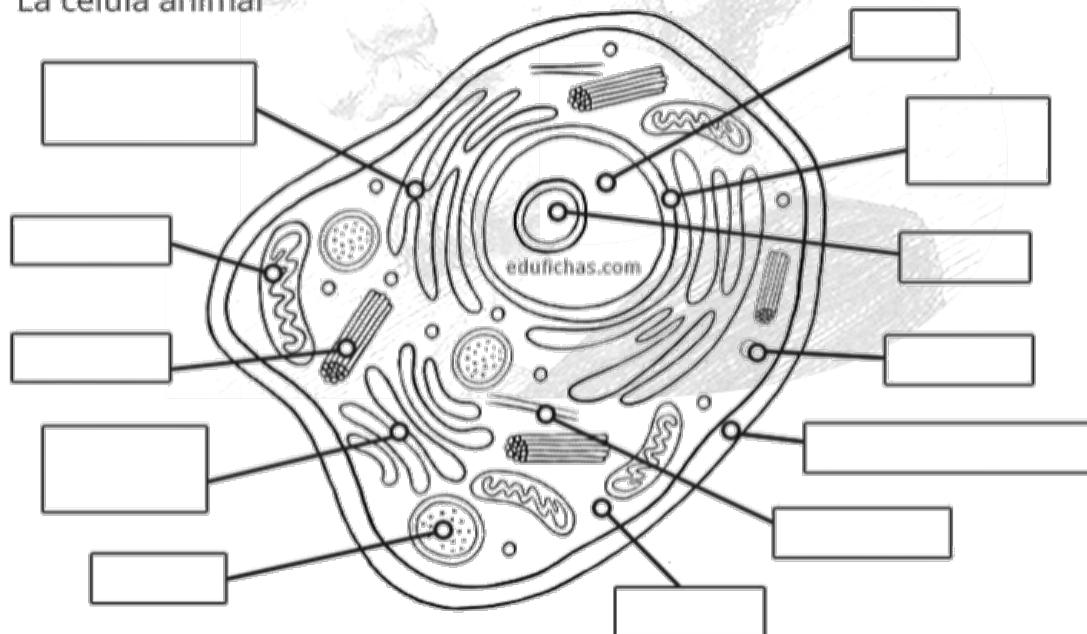
**11. Nombra las partes de las células eucariotas vegetal**

La célula vegetal



**12. Nombra las partes de las células eucariotas animal**

La célula animal



## MÓDULO 1 ACT

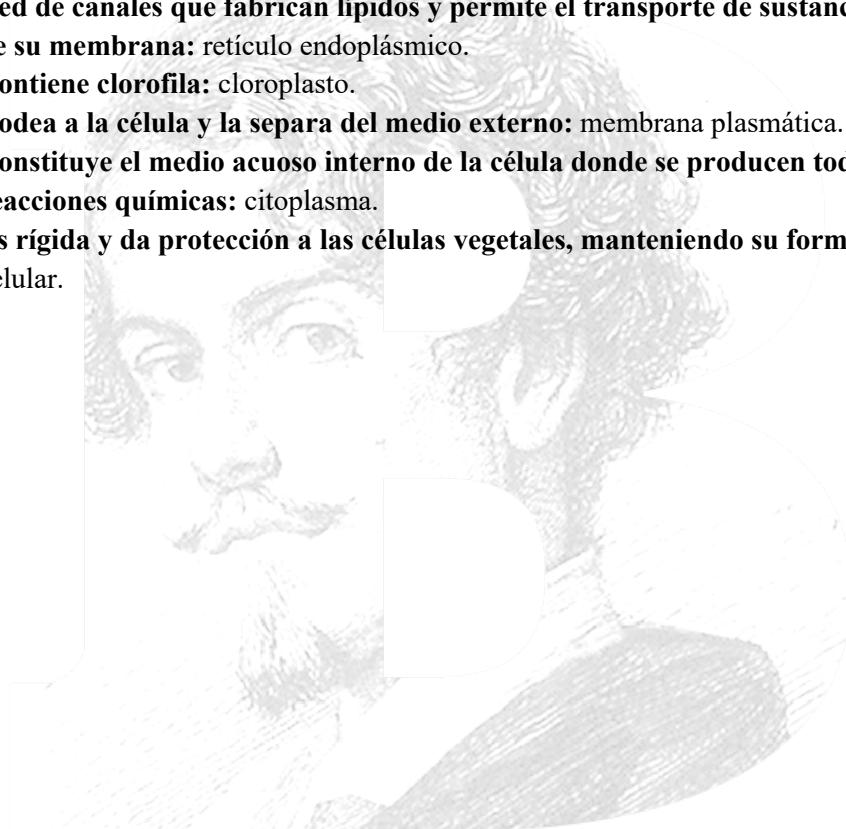
Parte nº 1: Clasificación de los números. Operaciones básicas. La célula  
Tema 3: La célula

**CGAB**

CEPA Gustavo  
Adolfo Bécquer

### 13. Indica al lado de cada función el orgánulo celular que la realiza:

- a. **Intervienen en el movimiento celular:** cilios y flagelos.
- b. **Sintetizan proteínas:** ribosomas.
- c. **Responsable de la obtención de energía a través de la respiración celular:** mitocondrias.
- d. **Vesículas que almacenan sustancias de reserva y agua:** vacuolas.
- e. **Dirige todo el funcionamiento de la célula y contiene la información genética:** núcleo.
- f. **Realizan la digestión celular:** lisosoma.
- g. **Red de canales y vesículas que transportan sustancias al exterior de la célula:** aparato del Golgi.
- h. **Red de canales que fabrican lípidos y permite el transporte de sustancias a través de su membrana:** retículo endoplásmico.
- i. **Contiene clorofila:** cloroplasto.
- j. **Rodea a la célula y la separa del medio externo:** membrana plasmática.
- k. **Constituye el medio acuoso interno de la célula donde se producen todas las reacciones químicas:** citoplasma.
- l. **Es rígida y da protección a las células vegetales, manteniendo su forma:** pared celular.



## Modulo 1 ACT. Parte nº 1. Tema 1:

# Proporcionalidad. Introducción al lenguaje algebraico

1. Proporcionalidad numérica.....	2
1. 1. Magnitudes y Proporciones .....	2
1. 1. 1. Proporción aritmética .....	3
1. 1. 2. Proporción geométrica.....	4
1.1.2.a) Cuarto proporcional .....	5
1.1.2. b) Media proporcional.....	6
1.1.2. c) Tercero proporcional .....	7
1. 2. Magnitudes directamente proporcionales. Proporcionalidad directa .....	8
1.3. Magnitudes inversamente proporcionales. Proporcionalidad inversa .....	11
2. Comparación de dos o más magnitudes en proporción geométrica .....	13
2. 1. Regla de tres simple directa .....	13
2.2. Regla de tres simple inversa.....	15
2. 3. Regla de tres compuesta directa, inversa y mixta.....	18
3. Repartos .....	22
3. 1. Repartos directamente proporcionales .....	22
3.2. Repartos inversamente proporcionales.....	24
3.3. Repartos sobre dos o más características. Repartos compuestos .....	26
4. Introducción al álgebra .....	30
4. 1. Introducción.....	30
4. 2. Ecuaciones de primer grado.....	31
4. 2. 1. Pasos para resolver una ecuación de primer grado .....	31
4. 3. El lenguaje algebraico .....	34
4. 3. 1. Resolución de problemas mediante ecuaciones .....	35

## 1. Proporcionalidad numérica

### 1. 1. Magnitudes y Proporciones

Una magnitud es cualquier propiedad de un ente que se pueda expresar numéricamente, por tanto, medirse, es decir, compararse con un patrón. Son magnitudes: La longitud del lado un cuadrado o la capacidad de una botella de agua o la temperatura a la que está.

#### Razón.

Se entiende por razón la relación de comparación de dos cantidades. Esta comparación la podemos hacer de dos maneras:

1. Hallando en cuanto excede una cantidad a la otra, es decir restándose.
2. Hallando cuántas veces contiene una cantidad a la otra, es decir, dividiéndose.

De aquí que haya dos clases de razones, razón aritmética o por diferencia y razón geométrica o por cociente.

- Razón ARITMÉTICA. Es la diferencia indicada de dos cantidades que se comparan.  
Así la razón aritmética entre 60 y 12 será 48. Pues  $60-12=48$
- Razón GEOMÉTRICA. Es el cociente entre dos cantidades de magnitudes comparables entre sí.

Así la razón geométrica entre 60 y 12 será 5. Pues  $\frac{60}{12} = 5$ .

El antecedente es el dividendo y el consecuente es el divisor.

Al valor de la razón se le denomina constante de proporcionalidad y nos referiremos a él como k.

Las razones geométricas las expresamos en forma de fracciones, pero al contrario que las fracciones, estas están formadas por dos cantidades independientes, el antecedente y el consecuente que no tienen por qué ser números enteros.

Si  $\frac{a}{b}$  es una fracción, entonces es un representante de un número Racional, luego a y b son números enteros con  $b \neq 0$ , mientras que en la razón  $\frac{x}{y}$  los números x e y pueden ser números no enteros.

1. 1. 1. Proporción aritmética

Una proporción es la igualdad de dos razones.

Cuando la proporción está formada por razones aritméticas hablamos de EQUIDIFERENCIAS o proporción aritmética.

Se escribe de la forma  $a-b=c-d$ . Leyéndose: **a** es a **b** como **c** es a **d**.

En una equidiferencia se cumple que la suma de los términos medios es igual a la suma de los términos extremos.  $a+d = c+b$ .

Si nos dicen que la razón aritmética entre dos equidiferencias es 13, podríamos expresar infinitas equidiferencias que tuviesen dicha razón, una de ellas podría ser:

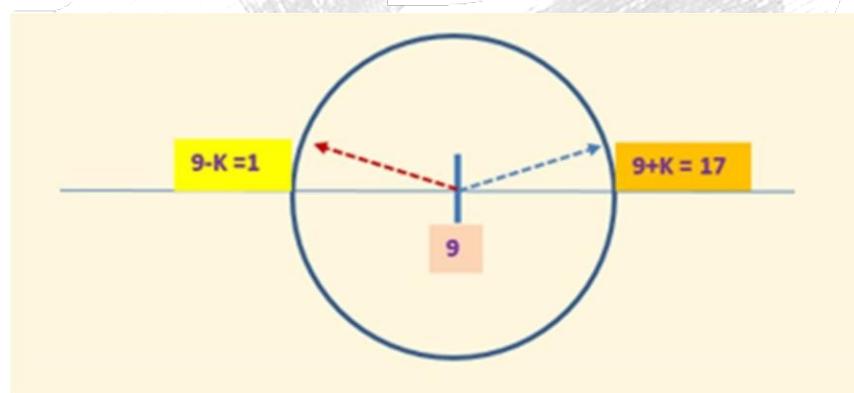
$$23-10 = 15-2 = k = 13$$

Cuando una equidiferencia tiene los números intermedios iguales se le denomina continua. El número intermedio se dice que es **media aritmética de los números extremos**.

$$\frac{17 + 1}{2} = \frac{18}{2} = 9$$

La siguiente proporción aritmética  $17-9 = 9-1$  es continua, por tanto el número 9 es la media aritmética de 17 y 1, luego:

Como la constante de proporcionalidad aritmética es 8 ocurrirá que nueve es equidistante:



Ejercicio 1

¿Cuál es la razón aritmética de los números?

a)  $\frac{11}{12}$  y  $\frac{5}{6}$

b) 5,6 y 3,5

1. 1. 2. Proporción geométrica

Cuando igualamos dos razones geométricas, hablamos de proporciones geométricas.



- En toda proporción geométrica, el producto de los términos medios es igual al producto de los términos extremos. Es decir:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \implies a \cdot d = b \cdot c$$

Si nos preguntásemos si las razones  $15/20$  y  $3/4$  forman una proporción geométrica comprobaríamos que se verifique la igualdad siguiente, por tanto:

$$k = \frac{15}{20} = \frac{3}{4} \Rightarrow 15 \cdot 4 = 20 \cdot 3$$

Como se cumple la igualdad, podemos decir que de dichas razones forman una proporción geométrica.

¿Pero cómo podemos caracterizar a una proporción para diferenciarla del resto?

Pues bien, cada proporción se caracterizará por su constante de proporcionalidad, que no es más que el valor que toma el cociente de la razón. Le denominaremos K.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k$$

Así, la constante de razón del ejemplo anterior será  $K=3/4=0,75$

En una proporción o en una serie de razones iguales, la suma de los antecedentes dividida entre la suma de los consecuentes es igual a una cualquiera de las razones.

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \frac{a+c+e}{b+d+f}$$

Esta propiedad será fundamental para hablar de los repartos directa e inversamente proporcionales.

Si la aplicamos al ejemplo anterior tendríamos:

$$k = \frac{15}{20} = \frac{3}{4} = 0,75 = \frac{15+3}{20+4} = \frac{18}{24}$$

### Ejercicio 2

Indica si las siguientes razones representan una proporción. (SI o NO)

$$[\frac{3}{2}] = [\frac{9}{7}]$$

$$[\frac{2}{5}] = [\frac{5}{16}]$$

$$[\frac{6}{24}] = [\frac{1}{4}]$$

$$[\frac{24}{6}] = [\frac{15}{4}]$$

### 1.1.2.a) Cuarto proporcional

Es uno cualquiera de los términos (**conocido o desconocido**) de una proporción geométrica.

Un ejemplo tipo sería el siguiente:

- Determina el cuarto proporcional desconocido, de las siguientes proporciones geométricas

$$a) \frac{2}{x} = \frac{4}{10}; \quad b) \frac{x}{5} = \frac{4}{10}$$

$$a) \frac{2}{x} = \frac{4}{10} \rightarrow x = \frac{2 \cdot 10}{4} \rightarrow x = 5$$

$$b) \frac{x}{5} = \frac{4}{10} \rightarrow x = \frac{5 \cdot 4}{10} \rightarrow x = 2$$

Veremos más adelante, que determinar el cuarto o la cuarta proporcional es una forma de plantear y resolver la regla de tres simple.

### Ejercicio 3

Determina la cuarta proporcional de una proporción aritmética, donde sabemos que 50 es a 40 como 25 es a X.

### Ejercicio 4

Determina la cuarta proporcional de una proporción geométrica, donde sabemos que 4 es a 7 como 8 es a X.

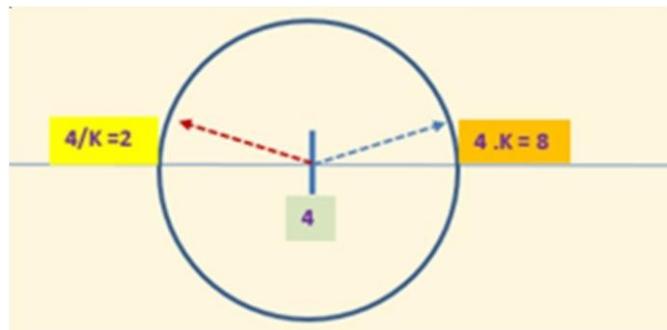
#### 1.1.2. b) Media proporcional

Cuando una proporción tiene los números medios iguales, se le denomina proporción continua. El número medio representa la media geométrica o media proporcional de los números extremos.

$$\frac{8}{4} = \frac{4}{2} \Rightarrow \text{Por tanto 4 es media proporcional de 2 y 8}$$

Por lo que podemos decir que:  $4^2 = 2 \cdot 8 = 16$ .

Como la constante de proporcionalidad es  $K=2$ , podríamos poner:



Para calcular el medio proporcional de una proporción continua se extrae la raíz cuadrada del producto de los extremos.

$$\frac{3}{x} = \frac{x}{12} \rightarrow x^2 = 3 \cdot 12 \rightarrow x = \pm\sqrt{36} \rightarrow x = \pm 6$$

#### Ejercicio 5

Determina una proporción continua que tenga como media proporcional 6

#### Ejercicio 6

Determinar la media de la proporción aritmética que tiene como extremos 81 y 4 Ejercicio

7

Determina la media proporcional de la proporción geométrica de extremos 81 y 4

#### 1.1.2. c) Tercero proporcional

En una proporción continua, como los términos medios son iguales, se denomina tercero proporcional a cada uno de los términos desiguales.

Un tercero proporcional es igual al cuadrado de los términos iguales, dividido por el término desigual.

$$\frac{x}{6} = \frac{6}{12} \longrightarrow x = \frac{6^2}{12} = 3$$

#### Ejercicio 8

Hallar la tercera proporcional de 8 y 2.

$$\frac{8}{2} = \frac{2}{x} \quad \rightarrow \quad X \cdot 8 = 4 \quad \rightarrow \quad X = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$$

### 1. 2. Magnitudes directamente proporcionales. Proporcionalidad directa

Dos variables ( $x, y$ ) relacionadas en un mismo fenómeno, son directamente proporcionales, cuando

- al aumentar de valor una aumenta de valor la otra

Si  $X \uparrow \leftrightarrow Y \uparrow$

- O si la primera disminuye, disminuye la segunda.

$X \downarrow \leftrightarrow Y \downarrow$

Cuando ocurre esa relación se verificará que:  $\frac{y}{x} = k$  es decir, el cociente (división) entre los valores respectivos de cada una de las variables es constante.

Veamos la siguiente propuesta: Indica si las magnitudes siguientes son directamente proporcionales:

La longitud del lado de un cuadrado y su perímetro

Respuesta: Sí, porque a mayor longitud de sus lados mayor perímetro. (Si una variable aumenta la otra aumenta en la misma razón)

El número de trabajadores y los días que se demoran en hacer un trabajo, si todos trabajan de igual manera:

Respuesta: No, porque a mayor cantidad de trabajadores menos cantidad de días. (Si una variable aumenta, la otra disminuye en la misma razón)

En el caso de las magnitudes relacionadas mediante una proporcionalidad directa, dicha relación se puede representar como:  $y = k \cdot X$ , a la que denominamos **función lineal**. Donde:

$x$  se le denomina variable independiente.

$y$  se le denomina variable dependiente.  $k$  constante de proporcionalidad.

Por ejemplo, si tenemos la siguiente función:  $y = 3x$ . la constante de proporcionalidad sería 3.

Nos indica que por cada unidad que aumentemos la variable  $x$ , se aumenta en tres unidades la variable  $y$ .

¿Cómo se calcula la constante de proporcionalidad conociendo relaciones entre dos magnitudes?

Como  $y = kx$  entonces  $\rightarrow k = y/x$

Calcula la constante de proporcionalidad de los valores de la tabla siguiente:

$x$	3	6	7
$y$	6	12	14

$$k = \frac{y}{x} = \frac{6}{3} = \frac{12}{6} = \frac{14}{7} = 2$$

Analicemos el siguiente ejemplo: Juan ha utilizado 20 huevos para hacer 4 tortillas iguales.

- ¿Cuántos huevos necesita para hacer 6 tortillas?
- ¿Y para hacer 2?

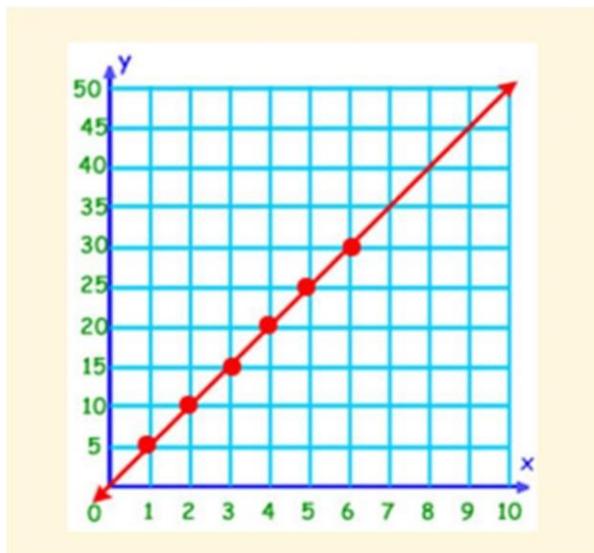
Como las tortillas tienen todas la misma cantidad de huevos, podríamos rellenar la siguiente tabla:

número de tortillas $\rightarrow X$	1	2	3	4	5	6
número de huevos $\rightarrow Y$	5	10	15	20	25	30

Si llevamos sobre un sistema de **ejes cartesianos**<sup>[1]</sup> las parejas de valores  $(x,y)$  del ejemplo anterior, vemos que estos puntos no se sitúan aleatoriamente en la representación, sino que configuran una línea recta que pasa por el origen del sistema de referencia, punto  $(0,0)$ .

Así pues, el gráfico que corresponde a una relación de proporcionalidad directa es una línea recta que pasa por el origen de un sistema de coordenadas cartesianas.

Además, si nos fijamos en la tabla, podemos darnos cuenta de que el cociente (división) entre las dos magnitudes ( $y / x$ ) es constante y representa la constante de proporcionalidad de la relación. En este caso el valor de la constante de proporcionalidad es 5.



**[1]** Ejes cartesianos. Cada una de las rectas reales graduadas que se cortan perpendicularmente dividiendo al plano en cuatro cuadrantes.

### Ejercicio 8

Indica en qué casos las magnitudes que aparecen son directamente proporcionales:

Contesta Si o No.

a) La velocidad de un vehículo y la distancia que recorre en dos horas.	
b) El coste de un lápiz y la cantidad de lápices que se pueden comprar con 10 euros.	
c) La distancia recorrida y el tiempo que se tarda en recorrerla.	
d) El número de litros de agua que contiene un depósito y su peso.	
e) La edad de una persona y su estatura.	

### 1.3. Magnitudes inversamente proporcionales. Proporcionalidad inversa

Dos variables ( $x$ ,  $y$ ) relacionadas en un mismo fenómeno, son inversamente proporcionales, cuando

- al **aumentar** de valor una de ellas disminuye el valor de la otra
- O si la primera **disminuye, aumenta** la segunda.

Cuando ocurre lo anterior se verifica que ( $x \cdot y = k$ ), es decir el producto entre los valores respectivos de cada una de las variables es constante.

Esta relación de proporcionalidad inversa se puede representar como una función de la forma:  
 $y = k/x$ , donde:

- $x$  se le denomina variable independiente.
- $y$  se le denomina variable dependiente.
- $K$  constante de proporcionalidad inversa.

Analicemos el siguiente ejemplo:

*Indica si la relación entre las variables dadas son o no inversamente proporcionales.*

El número de albañiles y el tiempo empleado en hacer una construcción edificio.

Respuesta: Son inversamente proporcionales, ya que con el doble, triple... número de albañiles se tardará la mitad, tercera parte de tiempo en construir el mismo edificio.

La velocidad de un automóvil y el trayecto recorrido en el mismo tiempo.

Respuesta: Son inversamente proporcionales ya que a tiempo constante, con el doble o el triple... de la velocidad, el automóvil recorrerá el doble, triple... de espacio.

La velocidad de un automóvil y el tiempo empleado en recorrer el mismo trayecto.

Respuesta: Son inversamente proporcionales, ya que, a espacio constante, con el doble, triple... velocidad, el auto tardará la mitad, tercera parte... de tiempo en recorrerlo.

#### Gráfico de proporcionalidad inversa.

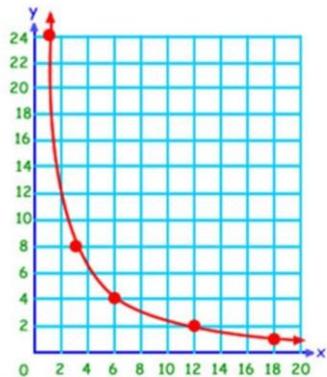
La tabla siguiente representa a los diferentes valores de las variables en una relación

inversa.

x	3	6	12	1
y	8	4	2	24

Si representamos sobre un sistema de coordenadas cartesianos dichos valores los puntos representativos forman una curva, llamada hipérbola.

Esta gráfica es indicativa de que entre las variables hay una relación de proporcionalidad inversa.



### Ejercicio 9

Indica en cuáles de las siguientes situaciones, las magnitudes que aparecen son inversamente proporcionales:

- El tiempo que trabaja una persona y el salario que recibe.
- Número de trabajadores en una obra y tiempo que tardan en terminarla.
- Velocidad de un vehículo y tiempo empleado en recorrer una distancia.
- Precio de un artículo e importe del IVA.
- Longitud de una circunferencia y de su diámetro.
- Número de vacas en un establo y tiempo para el que tienen alimento.

## 2. Comparación de dos o más magnitudes en proporción geométrica

### 2. 1. Regla de tres simple directa

Tenemos dos magnitudes representadas por las variables A y B, que sabemos por las medidas que expresan sus cantidades que están relacionadas de manera directamente proporcional (a más de A, más de B).

Bajo este supuesto, si conociésemos tres cantidades de las magnitudes A y B, podríamos determinar una cuarta cantidad relacionada con las anteriores.

Analicemos el siguiente ejemplo:

Sabemos que 4 libros cuestan 8 €, nos gustaría saber cuánto nos costarían 15 libros del mismo tipo.

Tenemos dos magnitudes representadas por las variables: A → número de libros.

B → coste de los libros.

De esas variables conocemos tres cantidades:  $A_1=4$ ,  $B_1=8$ ,  $A_2=15$ . Deseamos conocer una cuarta cantidad relacionada con las anteriores  $B_2=X$

Podríamos hacer el siguiente planteamiento:

Datos o Supuesto: 4 libros → 8 €

Pregunta: 15 libros → X €

Esta forma de plantear el problema se le llama regla de tres simple directa y vamos a ver que hay tres formas de enfrentar su solución:

- **Método de reducción a la unidad.**

Si 4 libros cuestan 8 euros, un libro constará cuatro veces menos, es decir, un libro costará  $8/4 = 2$  €, por tanto 15 libros costarán 15 veces más que un libro solo, es decir,  $2 \cdot 15 = 30$  €, que sería la respuesta buscada.

- **Método de las proporciones.**

Como a más libros adquiridos pagaremos más, las dos magnitudes representadas por las variables A y B son directamente proporcionales.

La constante de razón (k) de las cantidades homogéneas (de la misma variable) son iguales, luego podremos igualar las razones, quedándonos:

$$k = \frac{4}{15} = \frac{8}{\text{x}}$$

$$\text{Resolviendo tendremos: } 4 \cdot \textcolor{red}{X} = 15.8 \rightarrow \textcolor{red}{X} = \frac{120}{4} = 30 \text{ €}$$

- Método comparativo.

Comparamos la relación que hay entre las cantidades de la magnitud conocida y la magnitud donde se encuentre la incógnita.

Si la relación es de proporcionalidad directa entonces igualaremos los cocientes, si fuese inversa lo que igualaríamos serían los productos de las cantidades relacionadas.

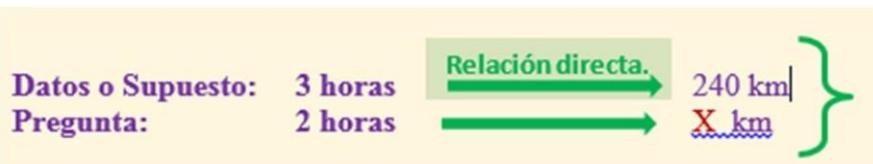


Resolvamos juntos el siguiente supuesto:

Un automóvil a velocidad constante recorre 240 km en 3 horas. ¿Cuántos kilómetros habrá recorrido en 2 horas?

Las dos magnitudes en juego, distancia y tiempo para una misma velocidad, con dos medidas cada una, son magnitudes directamente proporcionales, ya que a menos horas recorrerá menos kilómetros y a más horas recorrerá más kilómetros.

Luego podremos hacer el siguiente planteamiento:



Como tenemos una relación directamente proporcional podemos igualar las constantes de razón de las magnitudes relacionadas o lo que es lo mismo, el cociente de las cantidades de esas magnitudes y poner:

$$\frac{240}{3} = \frac{x}{2}$$



$$x = \frac{240 \cdot 2}{3} = \frac{480}{3} = 160 \text{ km}$$

### Ejercicio 10

En 50 litros de agua de mar hay 1.300 gramos de sal. ¿Cuántos litros de agua de mar contendrán 5.200 gramos de sal?

### Ejercicio 11

Un automóvil gasta 5 litros de carburante cada 100 km. Si quedan en el depósito 6 litros, ¿cuántos kilómetros podrá recorrer el automóvil?

### 2.2. Regla de tres simple inversa

Tenemos dos magnitudes representadas por las variables A y B, que sabemos por las medidas que expresan sus cantidades que están relacionadas de manera inversamente proporcional (a más de una, **menos de la otra**).

Bajo este supuesto, si conociésemos tres cantidades de las magnitudes A y B, podríamos determinar una cuarta cantidad relacionada con las anteriores.

Analicemos juntos el siguiente ejemplo:

Cuatro grifos iguales, llenan un depósito en 14 horas. ¿Cuánto tardarían en llenar el mismo depósito si tuviésemos siete grifos en vez de cuatro?

Tenemos dos magnitudes representadas por las variables: A → número de grifos.

B → horas abiertos.

De esas variables conocemos tres cantidades: A<sub>1</sub>=4, B<sub>1</sub>=14, A<sub>2</sub>=7.

Deseamos conocer una cuarta cantidad relacionada con las anteriores B<sub>2</sub>=X. (Que es la pregunta del enunciado.)

Podríamos hacer el siguiente planteamiento:

Datos o Supuesto: 4 grifos → 14 horas abiertos.

Pregunta: 7 grifos → X horas abiertos

Esta forma de plantear el problema se le llama regala de tres simple, porque solo hay dos magnitudes relacionadas e, inversa, puesto que si la cantidad de una de las magnitudes crece, la lógica y la intuición nos dice que la cantidad de la otra magnitud decrecerá.

Como en el caso anterior hay tres formas de enfrentar su solución, veámoslas a través del siguiente ejemplo:

Método de reducción a la unidad.

Si cuatro grifos tardan en llenar el depósito 14 horas, un grifo solo tardará en hacerlo cuatro veces más, es decir  $4 \cdot 14 = 56$  horas, de la misma forma que 7 grifos lo harían en un tiempo de siete veces menos, es decir,  $56/7=8$  horas.

Eso es, 7 grifos tardarían en llenar el depósito 8 horas, menos tiempo que tardaban los cuatro grifos iniciales.

Método de las proporciones.

Como a más grifos abiertos tardaremos menos en llenar el depósito, las dos magnitudes representadas por las variables A y B son inversamente proporcionales.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Razón de la magnitud grifos: } k_A = \frac{4}{7} \\ \text{Razón de la magnitud horas: } k_B = \frac{14}{X} \end{array} \right\} \text{Pero resulta que: } k_A = \frac{1}{k_B} \text{ o } k_B = \frac{1}{k_A}$$

La

constante de razón (k) de las cantidades homogéneas (de la misma variable) ahora no son iguales, sino que una es la inversa de la otra, luego para igualar las razones deberemos invertir el antecedente y el consecuente de cualquiera de las razones.

Luego igualando las razones a las que representan dichas constantes tendríamos:

$$\frac{4}{7} = \frac{1}{\frac{14}{X}} \rightarrow \frac{4}{7} = \frac{X}{14} \rightarrow \text{Por tanto } 4 \cdot (14) = 7 \cdot X$$

Método comparativo.

Comparamos la relación que hay entre las cantidades de la magnitud conocida y la magnitud donde se encuentre la incógnita.

Si la relación es de proporcionalidad inversa entonces igualaremos los productos de las cantidades relacionadas (de la misma variable), estableciendo una igualdad entre el supuesto y la pregunta.



Resolvamos juntos el siguiente ejemplo:

3 obreros construyen un muro en 12 horas, ¿cuánto tardarán en construirlo 6 obreros?

El número de obreros y el tiempo que tardan en hacer la construcción, son magnitudes inversamente proporcionales, ya que a más obreros tardarán menos horas.

Datos o Supuesto: 3 obreros → 12 horas.

Pregunta: 6 obreros → X horas.

Si tres obreros tardan 12 horas, un obrero solo tardará tres veces más, es decir,  $3 \cdot (12) = 36$  h.

Pero si en vez de un obrero trabajasen 6, evidentemente tardaría seis veces menos en hacer la obra, por tanto:

$$X = 36 \cdot h / 6 = 6 \text{ h.}$$

Es decir, 6 obreros realizarían el muro en 6 horas, frente a las 12 h que tardaría 3 obreros.

### Ejercicio 12

Un grifo que mana 18 l de agua por minuto tarda 14 horas en llenar un depósito. ¿Cuánto tardaría si su caudal fuera de 7 l por minuto?

### Ejercicio 13

Si 4 obreros construyen un muro en 12 horas, ¿cuánto tardarán en construirlo 6 obreros?

2. 3. Regla de tres compuesta directa, inversa y mixta

Las reglas de tres compuestas se emplean cuando se relacionan tres o más magnitudes, de modo que a partir de las relaciones establecidas entre las cantidades de las magnitudes conocidas obtenemos la desconocida.

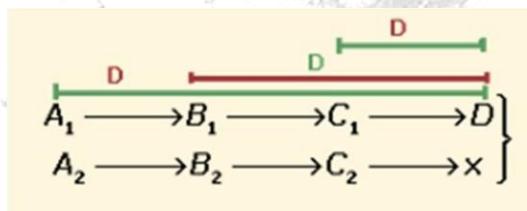
Una regla de tres compuesta se compone de varias reglas de tres simples aplicadas sucesivamente.

La relación entre las magnitudes puestas en juego podrá ser todas directas, todas inversas o mixtas, es decir, unas directas y otras inversas.

Para no alargar el tema, utilizaremos el método comparativo. Siempre compararemos las magnitudes puestas en juego con la magnitud en la que se encuentra la cantidad buscada (incógnita), determinando de esta forma si la relación es directa o inversa. Esta magnitud la consideraremos que es el consecuente del problema, siendo el resto de magnitudes el antecedente del mismo.

Regla de tres compuesta y directa.

Señalamos con una “D” (directa) la relación que existe entre los antecedentes (A,B,C) y el consecuente (D).



Por ser la relación directa entre las magnitudes participantes, plantearemos la siguiente igualdad entre las razones de los antecedentes y de los consecuentes.

$$\frac{A_1}{A_2} \cdot \frac{B_1}{B_2} \cdot \frac{C_1}{C_2} = \frac{D}{x}$$

despejando adecuadamente la variable resulta:

$$x = \frac{A_2 \cdot B_2 \cdot C_2 \cdot D}{A_1 \cdot B_1 \cdot C_1}$$

Analicemos el siguiente ejemplo:



$$\frac{9}{15} \cdot \frac{10}{12} = \frac{20}{x} \rightarrow \frac{90}{180} = \frac{20}{x} \quad \text{Y despejando resulta: } x = \frac{20 \cdot 180}{90} = 40 \text{ €}$$

Por tanto multiplicando las razones de los antecedentes e igualándolas a la razón del consecuente no quedaría:

Regla de tres compuesta inversa.

$$\left. \begin{array}{ccccccc} & & & & & & \text{I} \\ & \text{A}_1 & \longrightarrow & \text{B}_1 & \longrightarrow & \text{C}_1 & \longrightarrow \text{D} \\ & \text{A}_2 & \longrightarrow & \text{B}_2 & \longrightarrow & \text{C}_2 & \longrightarrow x \end{array} \right\} \rightarrow \frac{\text{A}_2}{\text{A}_1} \cdot \frac{\text{B}_2}{\text{B}_1} \cdot \frac{\text{C}_2}{\text{C}_1} = \frac{D}{x} \rightarrow x = \frac{\text{A}_1 \cdot \text{B}_1 \cdot \text{C}_1 \cdot D}{\text{A}_2 \cdot \text{B}_2 \cdot \text{C}_2}$$

Señalamos con una "I" (inversa) la relación que existe entre los antecedentes (A, B, C) y el consecuente (D).

Lo que significa que la cantidad buscada en una relación en la que todas sus magnitudes están relacionadas de manera inversamente proporcional será igual al producto de los antecedentes partido por el producto de los consecuentes.

Analicemos el siguiente ejemplo:

5 obreros trabajando 6 horas diarias construyen un muro en 2 días. ¿Cuánto tardarán 4 obreros trabajando 7 horas diarias?

Tenemos tres magnitudes en juego:

- A. número de obreros.
- B. número de horas de trabajo diarias
- C. duración de la obra.

Como el dato buscado está sobre la variable C "duración de la obra", esta actuará como consecuente del planteamiento del problema. El resto de variables se compararán con ella para determinar la relación existente.

A se relaciona con C de manera inversamente proporcional (más obreros **menos duración**).  
B se relaciona con C de manera inversamente proporcional (más horas diarias **menos duración**).

Nueve grifos abiertos durante 10 horas diarias han consumido una cantidad de agua por valor de 20 €. Averiguar el precio del vertido de 15 grifos abiertos 12 horas durante los mismos días.

Tenemos tres magnitudes en juego:

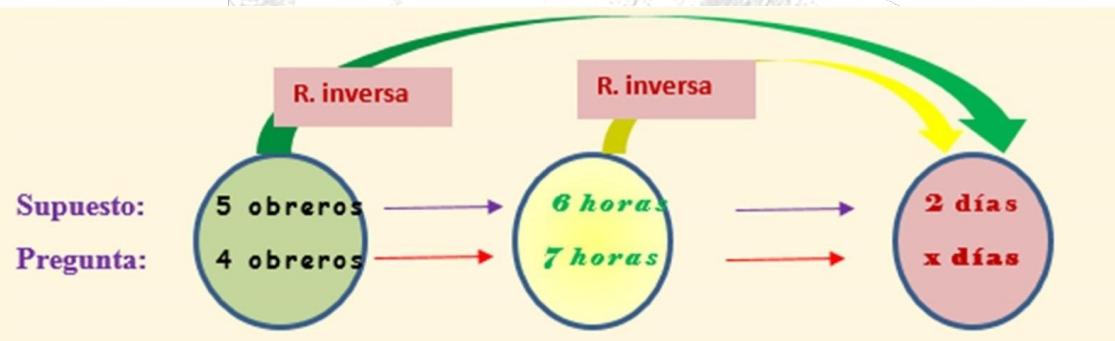
- A. número de grifos.
- B. número de horas **abiertos**.
- C. coste del vertido.

Como el dato buscado está sobre la variable C “coste del vertido”, esta actuará como consecuente del planteamiento del problema y el resto de variables se compararán con ella para determinar la relación existente.

A se relaciona con C de manera directamente proporcional (más grifos más coste).

B se relaciona con C de manera directamente proporcional (más horas vertiendo más coste).

Hacemos el siguiente planteamiento:



Como la relación es inversamente proporcional invertiremos las razones de los antecedentes y los igualaremos a la razón del consecuente sin invertir, para seguidamente despejar el valor buscado.

$$\frac{4}{5} \cdot \frac{7}{6} = \frac{2}{X} \quad \Rightarrow \quad x = \frac{30}{28} \cdot 2 = 2,14 \text{ días}$$

- Regla de tres compuesta mixta.

## MÓDULO 1 ACT

Parte nº 1:

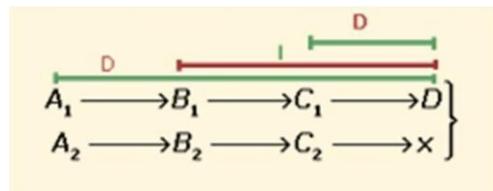
Tema 1: Proporcionalidad. Introducción al lenguaje algebraico

**CGAB**

CEPA Gustavo  
Adolfo Bécquer

Aparece cuando en un problema nos encontramos variables que respecto al consecuente actúan de modo directamente proporcional, mientras que otras actúan de manera inversamente proporcional.

Supongamos el siguiente planteamiento donde las magnitudes guardan con el consecuente la relación indicada:



Multiplicaremos las razones de los antecedentes invirtiendo las mismas cuando la relación sea inversa. El resultado lo igualaremos a la razón del consecuente.

Analicemos el siguiente ejemplo:

Si 8 obreros realizan en 9 días trabajando a razón de 6 horas por día un muro de 30 m.

¿Cuántos días necesitarán 10 obreros trabajando 8 horas diarias para realizar los 50 m de muro que falta?

- A. número de obreros.  
B. número de horas de trabajo diarias.  
C. metros construidos.  
D. días de trabajo.

Como el dato buscado está sobre la variable D “duración de la obra”, esta actuará como consecuente del planteamiento del problema. El resto de variables se compararán con ella para determinar la relación existente.

A se relaciona con D de manera inversamente proporcional (más obreros, menos duración).

B se relaciona con D de manera inversamente proporcional (más horas diarias, menos duración).

C se relaciona con D de manera directamente proporcional (más construcción, más duración).

ANTECEDENTES		CONSECUENTE	
Supuesto:	8 obreros	6 horas	30 m
Pregunta:	10 obreros	8 horas	50 m

Diagram: A green curved arrow labeled 'I' points from the 'ANTECEDENTES' row to the 'CONSECUENTE' row. A green curved arrow labeled 'I' points from the 'Supuesto' row to the 'Pregunta' row. A blue curved arrow labeled 'D' points from the 'CONSECUENTE' row to the 'Pregunta' row.

Hacemos el siguiente planteamiento:

Igualando las razones de los antecedentes con la razón del consecuente, invirtiendo aquellas razones que están en proporción inversa resulta:

$$\frac{10}{8} \cdot \frac{8}{6} \cdot \frac{30}{50} = \frac{9}{x} \quad \rightarrow \quad 1 = \frac{9}{x} \quad \rightarrow \quad x = 9$$

Luego 10 obreros trabajando 8 horas diarias realizarán un muto de 50 m en 9 días.

#### Ejercicio 14

En un mapa de escala 1:200.000 la distancia entre dos puntos es de 15 cm. ¿Cuál es la distancia en la realidad?

#### Ejercicio 15

En una fábrica 6 máquinas iguales producen en 2 horas 600 piezas. ¿Cuántas piezas producirán 9 de estas máquinas en 3 horas?

### 3. Repartos

En las reglas de tres simples o compuestas estudiadas anteriormente, comparábamos las cantidades de dos o más magnitudes para hallar un valor o una cantidad de alguna de las magnitudes puestas en juego.

Ahora el problema, aunque se sustenta en el concepto visto anteriormente de proporción va a consistir en encontrar diferentes razones que tengan la misma constante de razón, en lo que se va a llamar repartos, que podrán ser directamente proporcionales, inversamente proporcionales o mixtos.

#### 3.1. Repartos directamente proporcionales

Consiste en repartir una cantidad dada entre varios partes de tal manera, que cada elemento del reparto reciba una cierta cantidad del total, la cual será directamente proporcional a alguna característica que se tome como referencia entre las partes.

Sea  $N$  una cantidad a repartir por ejemplo en  $n$  partes, de manera directamente proporcional a una característica de esas partes (edad, altura, peso etc..) representadas por los números  $a_1, a_2, a_3, a_n$ .

Cada una de las partes recibirá del total  $N$ , las cantidades:  $c_1, c_2, c_3, \dots, c_n$ .

$$k = \frac{c_1}{a_1}, \quad k = \frac{c_2}{a_2}, \quad k = \frac{c_3}{a_3}, \dots, \quad k = \frac{c_n}{a_n}$$

El reparto se va a caracterizar porque las constantes de razón entre la cantidad recibida ( $c_i$ ) y la característica que da lugar al reparto ( $a_i$ ) son iguales, es decir:

Luego podemos igualar esas razones.

$$k = \frac{c_1}{a_1} = \frac{c_2}{a_2} = \frac{c_3}{a_3} = \dots = \frac{c_n}{a_n}$$

Pero como vimos al comienzo del tema, en una proporción o en una serie de razones iguales, la suma de los antecedentes dividida entre la suma de los consecuentes es igual a una cualquiera de las razones. Por tanto:

$$\frac{c_1 + c_2 + c_3 + \dots + c_n}{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n} = \frac{N}{A} = \frac{c_1}{a_1} = \frac{c_2}{a_2} = \frac{c_3}{a_3} = \dots = \frac{c_n}{a_n}$$

Conociendo esta igualdad calcular cualquier valor del reparto es fácil, pudiéndose utilizar cualquiera de las relaciones expuestas.

$$\frac{c_i}{a_i} = \frac{N}{A} \quad \rightarrow \quad c_i = \frac{N \cdot a_i}{A}$$

$i = 1, \dots, n$

Donde:  $A = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$  y  $N = c_1 + c_2 + c_3 + \dots + c_n$  Analicemos este ejemplo:

Un abuelo reparte 450 € entre sus tres nietos de 8, 12 y 16 años de edad, proporcionalmente a sus edades. ¿Cuánto corresponde a cada uno?

Llamamos  $x, y, z$  a las cantidades que le corresponde a cada uno.

1º El reparto es directamente proporcional luego:  $\frac{x}{8} = \frac{y}{12} = \frac{z}{16}$

2º Por la propiedad de las razones iguales:  $\frac{x}{8} = \frac{y}{12} = \frac{z}{16} = \frac{x+y+z}{8+12+16} = \frac{450}{36}$

3º Cada nieto recibirá:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{x}{8} = \frac{450}{36} \quad x = \frac{450 \cdot 8}{36} = 100 \text{ €} \\ \frac{y}{12} = \frac{450}{36} \quad y = \frac{450 \cdot 12}{36} = 150 \text{ €} \\ \frac{z}{16} = \frac{450}{36} \quad z = \frac{450 \cdot 16}{36} = 200 \text{ €} \end{array} \right.$$

Ejercicio 16

Compramos un lote de libros por 162 euros. Víctor se quedó con 7 libros, Belén con 5 y Jaime con 6. ¿Cuánto debe pagar cada uno?

La cantidad que debe pagar cada uno son proporcionales al número de libros que se quedó.

$a_{\text{Víctor}} = 7$ ;  $a_{\text{Belén}} = 5$ ;  $a_{\text{Jaime}} = 6$ . por tanto  $A = 7 + 5 + 6 = 18$  y la cantidad total pagada

$$N = 162 = C_{\text{Víctor}} + C_{\text{Belén}} + C_{\text{Jaime}} \text{ €.}$$

$$C_{\text{Víctor}} = (162 \cdot 7) / 18 = 63 \quad C_{\text{Belén}} = (162 \cdot 5) / 18 = 45 \quad C_{\text{Jaime}} = (162 \cdot 6) / 18 = 54$$

### 3.2. Repartos inversamente proporcionales

Consiste en repartir una cantidad dada entre varios partes de tal manera, que cada elemento del reparto reciba una cierta cantidad del total, la cual será inversamente proporcional a alguna característica que se tome como referencia para realizar el reparto entre las partes.

Realizar un reparto inversamente proporcional es lo mismo que realizar un reparto directamente proporcional al valor inverso de la característica de reparto.

Sea  $N$  una cantidad a repartir por ejemplo en  $n$  partes de manera inversamente proporcional a una característica de esas partes (edad, altura, peso etc..), representadas por los números  $a_1, a_2, a_3, a_n$ .

Cada una de las partes recibirá del total  $N$ , las cantidades:  $c_1, c_2, c_3, \dots, c_n$ , las cuales serán de valor inverso a la característica de reparto (más característica, menor trozo de  $N$ ).

El reparto se va a caracterizar en este caso, porque las constantes de razón entre la cantidad recibida ( $C_i$ ) y la inversa de la característica que da lugar al reparto ( $a_i$ ) son iguales, es decir:

$$k = \frac{c_1}{\frac{1}{a_1}}, \quad k = \frac{c_2}{\frac{1}{a_2}}, \quad k = \frac{c_3}{\frac{1}{a_3}}, \dots, \quad k = \frac{c_n}{\frac{1}{a_n}}$$

Luego podremos igualar esas razones.

$$k = \frac{c_1}{\frac{1}{a_1}} = \frac{c_2}{\frac{1}{a_2}} = \frac{c_3}{\frac{1}{a_3}} = \dots = \frac{c_n}{\frac{1}{a_n}}$$

Pero como vimos al comienzo del tema, en una proporción o en una serie de razones iguales, la suma de los antecedentes dividida entre la suma de los consecuentes es igual a una cualquiera de las razones. Por tanto:

## MÓDULO 1 ACT

Parte nº 1:

Tema 1: Proporcionalidad. Introducción al lenguaje algebraico

**CGAB**

CEPA Gustavo  
Adolfo Bécquer

$$\frac{c_1 + c_2 + c_3 + \dots + c_n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_n}} = \frac{N}{A} = \frac{c_1}{\frac{1}{a_1}} = \frac{c_2}{\frac{1}{a_2}} = \frac{c_3}{\frac{1}{a_3}} = \dots = \frac{c_n}{\frac{1}{a_n}}$$

Donde:

$c_1 + c_2 + c_3 + \dots + c_n = N$  Representa cada una de las partes del reparto.

$\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \frac{1}{a_3} + \dots + \frac{1}{a_n} = A$  Representa la suma de los inversos de las características del reparto.

Conociendo esta igualdad calcular cualquier valor del reparto es fácil, pudiéndose utilizar cualquiera de las relaciones expuestas.

$$\frac{c_i}{\frac{1}{a_i}} = \frac{N}{A}$$



$$c_i = \frac{N}{A \cdot a_i}$$

$i = 1, \dots, n$

Analicemos el siguiente ejemplo:

Tres hermanos ayudan al mantenimiento familiar entregando anualmente 5900 €. Si sus edades son de 20, 24 y 32 años y las aportaciones son inversamente proporcionales a la edad, ¿cuánto aporta cada uno?

Como hemos dicho el reparto inversamente proporcional lo resolvemos como un reparto directamente proporcional a los inversos de las características del reparto. Por tanto.

1º Tomamos los inversos:  $\frac{1}{20}, \frac{1}{24}, \frac{1}{32}$

2º Ponemos a común denominador:  $\frac{24}{480}, \frac{20}{480}, \frac{15}{480}$

3º Y como los numeradores de las fracciones reducidas a común denominador guardan la relación de proporcionalidad de las originales, realizamos un reparto directamente proporcional a los numeradores: 24, 20 y 15.

$$\frac{x}{24} = \frac{y}{20} = \frac{z}{15} = \frac{x+y+z}{24+20+15} = \frac{5900}{59}$$

$$\begin{aligned} \frac{x}{24} &= \frac{5900}{59} & x &= \frac{5900 \cdot 24}{59} = 2400 \text{ €} \\ \frac{y}{20} &= \frac{5900}{59} & y &= \frac{5900 \cdot 20}{59} = 2000 \text{ €} \\ \frac{z}{15} &= \frac{5900}{59} & z &= \frac{5900 \cdot 15}{59} = 1500 \text{ €} \end{aligned}$$

Como podemos observar en el resultado, el de menor edad aporta más dinero que el hijo de mayor edad.

Ejercicio 17

Una persona decide repartir la cantidad de 4.400 euros entre 3 niños. El reparto ha de efectuarse en partes inversamente proporcionales a sus edades, que son 4, 8 y 12 años.

¿Cuánto corresponderá a cada uno?

### 3.3. Repartos sobre dos o más características. Repartos compuestos

Este tipo de reparto se realiza proporcionalmente a varios grupos de índices o características que afectan a los elementos del reparto.

Los repartos proporcionales compuestos pueden ser:

- **DIRECTOS:** Si el reparto se realiza en partes directamente proporcionales a los índices.
- **INVERSOS:** Si el reparto se realiza en partes inversamente proporcionales a los índices.
- **MIXTOS:** Si el reparto se realiza en partes directamente proporcionales a algunos índices e inversamente proporcionales a otros.

Para efectuar un reparto compuesto se siguen los siguientes pasos:

- 1º) Se convierte las relaciones que haya inversamente proporcionales a directas invirtiendo los índices del reparto.
- 2º) Se multiplican los índices correspondientes de cada grupo, obteniéndose de esta manera un único índice de reparto.
- 3º) Se efectúa el reparto de manera directamente al índice resultante.

Veamos cada uno de los casos con un ejemplo.

- Repartos compuestos directos

Una institución educativa va a repartir 15.000 € entre los tres mejores estudiantes seleccionados de una ciudad. La distribución del premio se hará en proporción directa a la nota media y a las asignaturas cursadas.

José tiene una nota media de 9,75 y 22 materias acreditadas, Patricia tiene una nota media de

9,86 y 19 materias acreditadas y Ricardo tiene promedio de 9,03 y 31 materias acreditadas, ¿cuánto le corresponde a cada uno?

Hay un reparto directamente proporcional a dos características o índices: Nota media y **Asignaturas cursadas.**

## MÓDULO 1 ACT

Parte nº 1:

Tema 1: Proporcionalidad. Introducción al lenguaje algebraico

**CGAB**

CEPA Gustavo  
Adolfo Bécquer

Nombre:	Factor notas	Factor Asignaturas	Índice compuesto
José	9,75	22	214,5
Patricia	9,86	19	187,34
Ricardo	9,03	31	279,93

Calculamos el índice compuesto que le corresponde a cada elemento del reparto multiplicando para ello los factores directos de las diferentes características de reparto.

$$\frac{\text{José}}{214,5} = \frac{\text{Patricia}}{187,34} = \frac{\text{Ricardo}}{279,93} = \frac{15.000 \text{ €}}{214,5 + 187,34 + 279,93} = \frac{15.000 \text{ €}}{681,77}$$

- Procedemos a realizar el reparto directo a los índices compuestos hallados, así.

Nombre:	Factor notas	Factor Asignaturas	Índice compuesto	Cantidad Recibida.
José	9,75	22	214,5	$214,5 \cdot \frac{15.000 \text{ €}}{681,77} = 4719,34$
Patricia	9,86	19	187,34	$187,34 \cdot \frac{15.000 \text{ €}}{681,77} = 4121,77$
Ricardo	9,03	31	279,93	$279,93 \cdot \frac{15.000 \text{ €}}{681,77} = 6158,89$
<b>Total Repartido.</b>				<b>15000 €</b>

### Repartos Compuestos indirectos

Se repartió un premio de 8.750 € entre tres tele operadores de una empresa en proporción inversa a los clientes perdidos y a los errores cometidos. Juan perdió 12 clientes y tuvo cuatro errores, Ana perdió nueve clientes y tuvo 2 errores y Carmen perdió dos clientes y tuvo 10 errores ¿Cuánto le correspondió a cada uno?

- Hay un reparto inversamente proporcional a dos características o índices: Clientes perdidos y errores cometidos.
- Calculamos el índice que le corresponde a cada elemento del reparto invertido el factor de reparto original, para proceder seguidamente a multiplicarlos para obtener así el índice de reparto compuesto para los diferentes miembros del reparto.

Reducimos las fracciones a común denominador y utilizamos el denominador de las mismas para determinar el índice compuesto.

## MÓDULO 1 ACT

Parte nº 1:

Tema 1: Proporcionalidad. Introducción al lenguaje algebraico

Nombre:	FACTORES.		Índice compuesto
	Clientes	Asignatura	
Juan	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{12} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{48} = \frac{15}{720}$
Ana	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{9} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{18} = \frac{40}{720}$
Carmen	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{10} = \frac{1}{20} = \frac{36}{720}$

$mcm(48, 18, 20) = 720$ .

- Procedemos a realizar el reparto directo a los índices compuestos hallados, así:

$$\frac{\text{Juan}}{15} = \frac{\text{Ana}}{40} = \frac{\text{Carmen}}{36} = \frac{15.000 \text{ €}}{15 + 40 + 36} = \frac{8750 \text{ €}}{91}$$

Nombre:	FACTORES.		Índice compuesto	Cantidad Recibida.
	Clientes	Asignatura		
Juan	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{4}$	15	$15 \cdot \frac{8750 \text{ €}}{91} = 1442,31$
Ana	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{2}$	40	$40 \cdot \frac{8750 \text{ €}}{91} = 3846,15$
Carmen	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{10}$	36	$36 \cdot \frac{8750 \text{ €}}{91} = 3461,54$
<b>Total Repartido.</b>				<b>8750 €</b>

### • Compuestos mixtos

La junta de Castilla la Mancha va a gratificar a cuatro docentes con 12000 € de manera directamente proporcional a los años de servicios e inversamente proporcional al número de días de baja que han tenido en esos años.

El profesor A, tiene 25 años de servicio y 20 días de baja. El profesor B tiene 32 años de servicios y 120 días de baja. El profesor C tiene 34 años de servicio y 365 días de baja.

¿Cuál será la cantidad que recibirá cada uno?

- Hay un reparto mixto. Atendiendo a una característica el reparto es directamente proporcional (años de servicio), pero atendiendo a los días de baja el reparto es inversamente proporcional.

## MÓDULO 1 ACT

Parte nº 1:

Tema 1: Proporcionalidad. Introducción al lenguaje algebraico

Nombre:	FACTORES.		Índice compuesto
	Años Servicio	Bajas	
A	25	$\frac{1}{20}$	$\frac{25}{20} = \frac{10950}{8760}$
B	32	$\frac{1}{120}$	$\frac{32}{120} = \frac{2336}{8760}$
C	34	$\frac{1}{365}$	$\frac{34}{365} = \frac{816}{8760}$

$$\text{m.c.m } (20, 120, 365) = 8760$$

- Procederemos calculando el índice del reparto compuesto tras haber invertido el factor que representaría al reparto inversamente proporcional.
- Procedemos a realizar el reparto directo a los índices compuestos hallados, así:

$$\frac{A}{10950} = \frac{B}{2336} = \frac{C}{816} = \frac{12000\text{€}}{10950 + 2336 + 816} = \frac{12000\text{€}}{14102}$$

Nombre:	FACTORES.		Índice compuesto	Cantidad Recibida.
	Clientes	Asignatura		
A	25	$\frac{1}{20}$	10950	$10950 \cdot \frac{12000\text{€}}{14102} = 9317,83$
B	32	$\frac{1}{120}$	2336	$2336 \cdot \frac{12000\text{€}}{14102} = 1987,80$
C	34	$\frac{1}{365}$	816	$816 \cdot \frac{12000\text{€}}{14102} = 694,37$
<b>Total Repartido.</b>				<b>12000 €</b>

### Ejercicio 18

Se reparten 1200 puntos entre tres niños de manera proporcional a su edades de 10, 12, 16 años e inversamente proporcional al número de amonestaciones impuestas en el campeonato que ha sido 2, 1, 2 y al número de faltas a los entrenamientos que fueron respectivamente de 12, 14, 8.

Determinar los puntos que le corresponde a cada uno de los niños.

## 4. Introducción al álgebra

### 4. 1. Introducción.

Ya sabemos que una expresión algebraica es aquella en la que se utilizan letras, números y signos de operaciones para reflejar, de forma generalizada, la relación que existe entre varias magnitudes y poder así realizar un cálculo de esa relación en función de los valores que tomen las diferentes magnitudes. Observa los siguientes ejemplos de expresiones algebraicas:

Diferencia de dos números:  $a - b$

Doble de un número menos triple de otro:  $2x - 3y$

Suma de varias potencias de un número:  $x^4 + x^3 + x^2 + x$

### Actividad 1

Ten en cuenta que una expresión algebraica es como una máquina de fabricar valores. Para cada número que se introduce, "fabrica" un valor numérico diferente. Por lo tanto el valor numérico depende del valor que asignemos a las letras en cada momento.

¿Cuál será el valor numérico de la expresión algebraica siguiente cuando le asignamos a la x los valores 10 y -2?

$$2x^2 + 6x + 21$$

### Actividad 2

Calcula el valor numérico de la siguiente expresión algebraica para los valores de las letras que se indican:

$$x^2 - 4x + 2 \text{ para } x = -1$$

Recuerda la importancia de poner paréntesis al sustituir para no cometer errores

### Actividad 3

Calcula el valor numérico de la siguiente expresión algebraica para los valores de las letras que se indican:

$$-3x^2 + xy - 2y \text{ para } x = -1, y = 3$$

Recuerda la importancia de poner paréntesis al sustituir para no cometer errores

4. 2. Ecuaciones de primer grado.

Recuerda que no siempre se conoce el valor de todos los elementos de una igualdad. Cuando eso ocurre se nos origina una ecuación, que es una igualdad con números y letras que expresa una condición que deben cumplir esas letras para ser cierta. A las letras que aparecen en la ecuación se les llama incógnitas.

Las ecuaciones con una sola letra con exponente 1 se conocen como ecuaciones de primer grado.

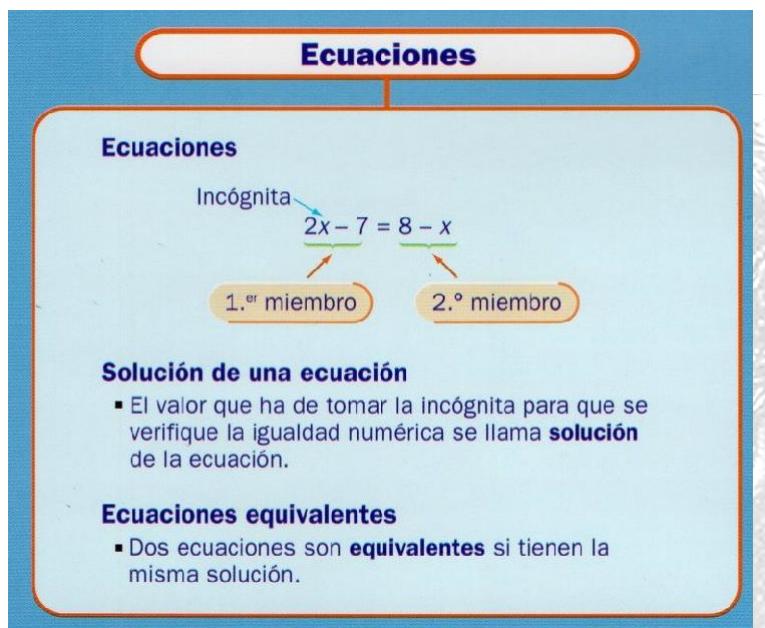


Imagen nº 1: Elementos ecuaciones

4. 2. 1. Pasos para resolver una ecuación de primer grado1. Eliminación de denominadores:

Si existen denominadores se eliminarán aplicando el procedimiento del mínimo común múltiplo (m.c.m). Es decir, se halla el mínimo común múltiplo de todos los denominadores y éste se divide entre cada denominador antiguo, multiplicando después ese resultado por su respectivo numerador.

$$\frac{x}{4} + \frac{5}{2} - \frac{x}{6} = 5$$

Calculamos el m.c.m de los denominadores (2, 4 y 6), cuyo valor es 12. Ahora multiplicamos todos los numeradores por el m.c.m.

$$\frac{12x}{4} + \frac{12 * 5}{2} - \frac{12x}{6} = 12 * 5$$

A continuación, quitamos los denominadores realizando las divisiones:

$$3x + 30 - 2x = 60$$

Una vez eliminados los denominadores, se continúa con los siguientes pasos.

#### Eliminación de paréntesis:

Si existen paréntesis se opera para eliminarlos, teniendo buen cuidado de ir multiplicando los signos correspondientes. Para ello hay que tener en cuenta las reglas de los signos para la multiplicación:

Ejemplo:

$$(+)\cdot(+) = (+)$$

$$(-)\cdot(-) = (+)$$

$$(+)\cdot(-) = (-)$$

$$(-)\cdot(+) = (-)$$

$$9(x-5) - 1(x-5) = 4(x-1)$$

$$9x - 45 - x + 5 = 4x - 4$$

#### Trasposición de términos:

Se adopta el criterio de dejar en un miembro los términos que posean la incógnita y se pasan al otro miembro los demás. La trasposición de términos se rige por:

- Regla de la suma: si se suma o se resta a los dos miembros de una ecuación el mismo número, se obtiene una ecuación equivalente.

Esta regla de la suma se entiende más fácilmente diciendo "lo que está en un miembro sumando, pasa al otro miembro restando y viceversa".

- Regla del producto: si se multiplica o divide los dos miembros de una ecuación por un mismo número distinto de cero, se obtiene una ecuación equivalente.

## MÓDULO 1 ACT

Parte nº 1:

Tema 1: Proporcionalidad. Introducción al lenguaje algebraico

**CGAB**

CEPA Gustavo  
Adolfo Bécquer

Al igual que antes, la regla del producto se aplica directamente al decir "lo que está en un miembro multiplicando, pasa al otro miembro dividiendo y viceversa"

Si continuamos con el ejemplo anterior:

$$9x - 45 - x + 5 = 4x - 4$$

Agrupo los términos con  $x$  en el primer miembro y los términos independientes (sin  $x$ ) en el segundo:

$$9x - x - 4x = 45 - 5 - 4$$

Simplificamos:

Reduco términos semejantes haciendo las operaciones con los términos:

$$8x - 4x = 40 - 4$$

$$4x = 36$$

Despejamos la incógnita:

Como el 4 está multiplicando a  $x$ , pasa al otro miembro dividiendo:

$$x = \frac{36}{4} = 9$$

Ejemplos de resolución de ecuaciones:

a)  $3x - 4 = 24 - x$

Agrupo las  $x$  en el primer miembro y los números en el segundo:

$$3x + x = 24 + 4$$

Reduco los términos y despejo la incógnita:

$$4x = 28$$

$$x = \frac{28}{4} = 7$$

b)  $3 * (x-7) = 5 * (x-1) - 4x$

Primero eliminamos paréntesis:

$$3x - 21 = 5x - 5 - 4x$$

Agrupamos las  $x$  en el primer miembro y los números en el segundo:

$$3x - 5x + 4x = 21 - 5$$

Reduco términos y despejo la incógnita:

$$2x = 16$$

$$x = \frac{16}{2} = 8$$

$$c) \frac{7+x}{3} = -\frac{x-2}{6}$$

Primero hallamos el m.c.m. de los denominadores  $(6,3) = 6$

Ahora multiplicamos los numeradores por el valor del m.c.m., poniendo paréntesis si es necesario y teniendo cuidado con los signos:

Quitamos los paréntesis y realizamos la división, eliminando así los denominadores:

$$\frac{42 + 6x}{3} = -\frac{6x - 12}{6}$$

$$14 + 2x = -x + 2$$

Ahora agrupamos y despejamos la incógnita:

$$2x + x = -14 + 2$$

$$3x = -12$$

$$x = -\frac{12}{3} = -4$$

#### 4. 3. El lenguaje algebraico

La parte realmente práctica de todos los contenidos estudiados hasta ahora, consiste en traducir problemas de la vida cotidiana a un lenguaje matemático para poder resolverlos. En general llamamos incógnita a la cantidad que desconocemos y que es objeto de cálculo y la identificamos habitualmente con la letra “ $x$ ” (aunque puede utilizarse cualquier letra).

#### Ejemplos:

El doble de un número:  $2x$

$$\frac{a}{2}$$

La mitad de un número:

El doble de un número más ese mismo número:  $2x + x$

El triple de un número menos la cuarta parte de otro número:  $3x - \frac{y}{4}$

## Actividad 4

Expresa en lenguaje algebraico las siguientes expresiones. El cuadrado de un número.

- a. El cuadrado de un número.
- b. El cubo de un número más el doble del mismo número.
- c. Un número par.
- d. Un número impar.
- e. Dos números enteros consecutivos.

### 4. 3. 1. Resolución de problemas mediante ecuaciones

Para resolver problemas mediante ecuaciones es conveniente seguir los siguientes pasos:

1. Leemos el enunciado con atención.
2. Expresamos la información en lenguaje algebraico.
3. Planteamos la ecuación.
4. Resolvemos la ecuación
5. Comprobamos el resultado.

Ejemplo resuelto: Pedro tiene 14 años, y su hermana Ana 2. ¿Cuántos años deben de transcurrir para que la edad de Pedro sea el triple que la de su hermana Ana?

Leemos el problema con atención e interpretamos la información.

Expresamos la información en lenguaje algebraico:

Años que tienen que pasar:  $x$

Edad de Pedro dentro de  $x$  años:  $14 + x$

Edad de Ana dentro de  $x$  años:  $2 + x$

Planteamos la ecuación:

## MÓDULO 1 ACT

Parte nº 1:

Tema 1: Proporcionalidad. Introducción al lenguaje algebraico

**CGAB**

**CEPA** Gustavo  
Adolfo Bécquer

$$14 + x = 3(2 + x)$$

Resolvemos la ecuación:

$$14 + x = 6 + 3x \Rightarrow 14 - 6 = 3x - x \Rightarrow 8 = 2x \Rightarrow x = 4$$

Comprobamos que el resultado sea correcto:

$$14 + 4 = 3(2 + 4) \Rightarrow 18 = 3(6) \Rightarrow 18 = 18$$

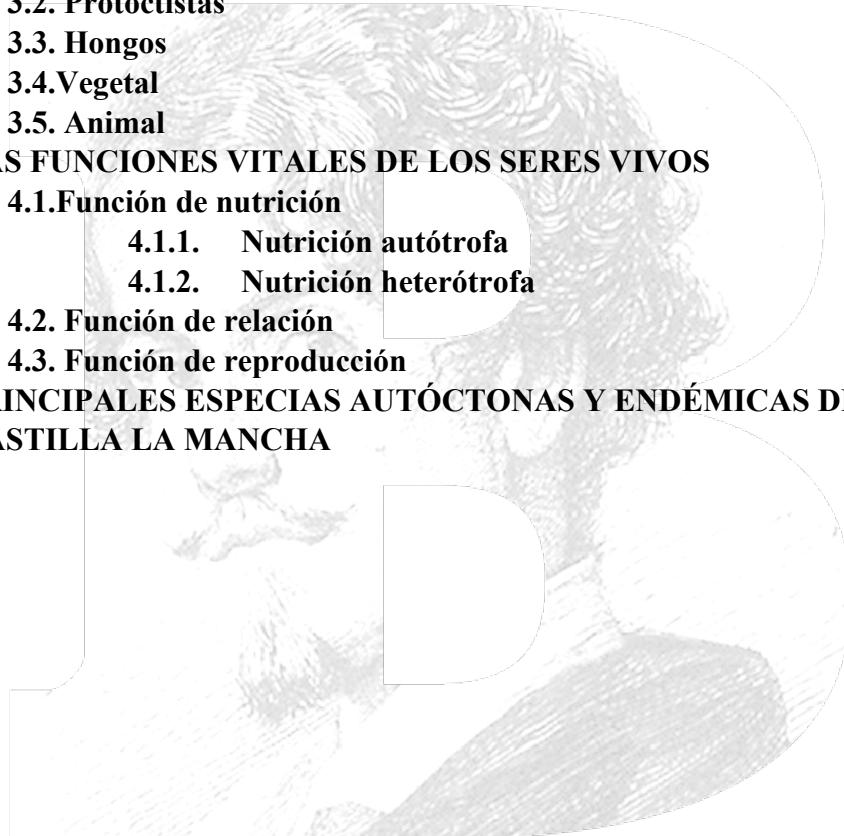


## **Módulo 1 ACT. Parte n° 2. Tema 5: Los Seres vivos**

### **MÓDULO 1. TEMA 5. LOS SERES VIVOS**

#### **ÍNDICE**

- 1. CONCEPTO DE SER VIVO**
- 2. CLASIFICACIÓN DE LOS SERES VIVOS**
  - 2.1. Concepto de especie. Nomenclatura binomial**
- 3. LOS REINOS**
  - 3.1. Moneras**
  - 3.2. Protoctistas**
  - 3.3. Hongos**
  - 3.4. Vegetal**
  - 3.5. Animal**
- 4. LAS FUNCIONES VITALES DE LOS SERES VIVOS**
  - 4.1. Función de nutrición**
    - 4.1.1. Nutrición autótrofa**
    - 4.1.2. Nutrición heterótrofa**
  - 4.2. Función de relación**
  - 4.3. Función de reproducción**
- 5. PRINCIPALES ESPECIAS AUTÓCTONAS Y ENDÉMICAS DE CASTILLA LA MANCHA**



## 1. CONCEPTO DE SER VIVO

La Biología es la ciencia que estudia los seres vivos. Uno de los campos de estudio de la Biología es la clasificación de los seres vivos y las características que los definen. El planeta Tierra está llena de seres vivos. La vida se extiende por mares, desiertos, ríos, montañas... y en una gran diversidad: bacterias, plantas, hongos, animales... ¿Qué es un ser vivo? ¿Qué diferencia a un ser vivo de uno inerte?

Un **ser vivo** cumple las siguientes condiciones:

- Se originan a partir de otros preexistentes.
- Están formados por una o varias células.
- Realizan las tres funciones vitales: la **nutrición**, mediante la cual se nutren, crecen, respiran y expulsan desechos; la **relación**, respondiendo a cambios internos o del entorno, y la **reproducción**, obtener descendencia.

También se les puede llamar seres bióticos.

Los seres no vivos, abióticos o inertes no cumplen alguna de las condiciones anteriores, no están formados por células y no realizan las funciones vitales. Por ejemplo: una roca, una madera, un plástico...

## 2. CLASIFICACIÓN DE LOS SERES VIVOS

En La Tierra se conocen aproximadamente 1.700.000 especies distintas y se piensa que puede haber más de 3.000.000 todavía sin descubrir. Esta gran variedad de individuos se conoce como **biodiversidad** y los científicos, para poder estudiarlos, necesitan ordenarlos en grupos, es decir, clasificarlos.

Se denomina **Taxonomía** a la rama de la Biología, que estudia la **clasificación de los seres vivos** y los diferentes grupos en los que se clasifican reciben el nombre de **taxones** o categorías taxonómicas. La categoría más amplia es el **dominio**, seguida del **reino**. Dentro de un reino hay varios **filos** o **divisiones**. Un filo agrupa a diversas **clases**; una clase, a diferentes **órdenes**; un orden, distintas **familias**; una familia, diferentes **géneros**, y un género, diversas **especies**. En la siguiente imagen se muestra la clasificación taxonómica del lince ibérico:



## 2.2. Concepto de especie. Nomenclatura binomial.

El conjunto de los individuos que comparten todas sus características y que se pueden reproducir entre sí dando lugar a descendencia fértil se denomina **especie**. Si un mastín y un caniche se cruzan entre sí pueden tener descendencia fértil. Pese a su diferencia de aspecto, son de la misma especie. Cuando se cruza un burro con una yegua se origina un híbrido que se conoce con el nombre de mulo. El mulo no es fértil, no podrá tener descendencia. El burro y la yegua son de distinta especie.

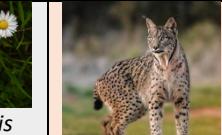
En distintas regiones, una misma especie puede recibir diferentes nombres comunes. Por eso existe un **nombre científico** para cada especie conocida, que es el mismo en todo el mundo. Este nombre se establece mediante la **nomenclatura binomial**, creada por Carlos Von Linneo. Se compone de dos palabras, generalmente en latín: la primera, con la inicial en mayúscula, es el **género** y la segunda, en minúscula, es la **especie**, y se escribe en cursiva.

Ejemplo:

- El gorrión es *Passer domesticus*
- La margarita es *Bellis perennis*
- El pulpo es *Octopus vulgaris*

## 3. LOS REINOS

Todas las formas de vida conocidas se clasifican en reinos, de forma que todos los individuos del mismo reino tienen las mismas características básicas. La clasificación más utilizada agrupa los seres vivos en cinco reinos como se describe en el siguiente cuadro:

REINO	Moneras	Protoctista	Hongos	Plantas	Animales
Tipo de células	procariotas	eucariotas	eucariotas	eucariotas	eucariotas
Nº de células	unicelulares	unicelulares o pluricelulares	unicelulares o pluricelulares	pluricelulares	pluricelulares
Tipo de nutrición	autótrofos y heterótrofos	autótrofos y heterótrofos	heterótrofos	autótrofas	heterótrofos
Ejemplo	 <i>Escherichia coli</i>	 <i>Vorticella</i>	 <i>Amanita muscaria</i>	 <i>Bellis perennis</i>	 <i>Lynx pardinus</i>

Imágenes obtenidas de commons.wikimedia.org. Licencia CC

¿Son los virus seres vivos?

Los virus son organismos sencillos, que se componen de proteínas y ácidos nucleicos, no realizan las funciones de nutrición ni de relación, y solo son capaces de reproducirse utilizando el metabolismo de células vivas. Por lo tanto, la única función que comparten

con los seres vivos es la reproducción, para lo cual necesitan invadir una célula. Esto hace que los virus no estén incluidos dentro de ninguno de los reinos de los seres vivos.

### 3.1. Moneras

En este reino se incluyen organismos muy pequeños, que solo pueden ser observados con microscopios muy potentes. Todos los individuos de este Reino se caracterizan por:

- Ser **procariotas**. En la estructura de las células procariotas no existen compartimentos en el interior y no se aprecia núcleo. Desde el exterior hacia el exterior se encuentra:
  - Una pared celular rígida y dura. Su función es proteger a la célula. Sobre esta pared actúan los antibióticos, para destruir a las bacterias.
  - Una membrana plasmática, que actúa como paso fronterizo entre el exterior y el interior celular.
  - El citoplasma, que es el medio interior donde se realizan todas las funciones celulares.
  - El ADN o ácido nucleico, que tiene la información genética de la bacteria y que se encuentra libre en el citoplasma.
  - Los ribosomas, que son los orgánulos donde se fabrican los componentes de las proteínas.
- Ser **unicelulares**, por lo que están formados por una sola célula.
- Pueden vivir solos o asociarse formando colonias.
- Ocupan todos los ecosistemas del Planeta, desde los hielos polares hasta el interior de los pulmones de un rinoceronte.

### BACTERIAS

Las bacterias son el grupo más abundante de organismos dentro del Reino Monera. Las bacterias presentan distintos tipos de formas:

- **Cocos**: bacterias esféricas.
- **Bacilos**: bacterias alargadas.
- **Vibriones**: bacterias con forma de coma ortográfica.
- **Espirolos**: bacterias en forma de muelle o helicoidales.

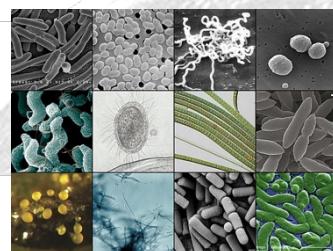


Imagen obtenida de commons.wikimedia.org. Licencia CC

Con relación a su nutrición las bacterias pueden ser:

- **Autótrofas**: crean la materia orgánica que necesitan para vivir, a partir de materia inorgánica.
- **Heterótrofas**: crean su materia orgánica, a partir de materia orgánica que captan del medio donde viven.

Según el ambiente en el que viven las bacterias pueden ser:

- **Aerobias**: necesitan vivir en ambientes con oxígeno.
- **Anaerobias**: necesitan vivir en ambientes con CO<sub>2</sub>
- **Anaerobias estrictas**: solo pueden vivir en ausencia de oxígeno.

## IMPORTANCIA DE LAS BACTERIAS

Hay bacterias perjudiciales que producen enfermedades, ya que muchas de ellas son **parasitarias**. Pero otras bacterias son **beneficiosas** como:

- Las que se utilizan para la producción de alimentos como el yogur y el vino.
- Las *descomponedoras*, que actúan sobre la materia orgánica, transformándola en materia inorgánica. Este tipo de bacterias son **saprófitas**.
- Las que viven en **simbiosis** con nosotros, en nuestro intestino, forman la flora intestinal y se encargan de producir vitaminas para nosotros y evitan que tengamos infecciones intestinales. Estas bacterias son indispensables para nuestra supervivencia.
- Las **cianofíceas**, son de vital importancia para todos los ecosistemas de la Tierra, ya que producen grandes cantidades de oxígeno. Además, son fuente de alimento de gran cantidad de microorganismos.

### 3.2. Reino protocististas

Los organismos del reino protocistista son eucariotas y se incluyen individuos muy heterogéneos, por lo que se dividen en los siguientes grupos:

- **Protozoos**: son unicelulares, generalmente móviles y heterótrofos. Suelen ser de vida libre, aunque algunos son parásitos y producen enfermedades como la malaria o paludismo.
- **Algas**: son unicelulares o pluricelulares, aunque los unicelulares pueden agruparse en colonias o tener vida libre. Son autótrofas, ya que realizan la fotosíntesis (forman materia orgánica a partir de materia inorgánica, usando como fuente de energía la luz del Sol).

Las algas pluricelulares tienen una estructura muy sencilla, no formas tejidos como los seres vivos más complejos. Su color varía en función de los pigmentos que posean para realizar la fotosíntesis. Se clasifican en tres grupos: **algas verdes**, **algas pardas** y **algas rojas**.

### 3.3. Reino hongos

En este reino se incluyen las **levaduras**, los **mohos** y las **setas**. Todos los individuos de este grupo se caracterizan por estar formados por células eucariotas, con núcleo diferenciado. Todos tienen nutrición **heterótrofa**, es decir que forman materia orgánica a partir de otra materia orgánica. No pueden realizar la fotosíntesis.

Dependiendo de donde obtengan la materia orgánica, se habla de **hongos parásitos**, si esa materia la obtienen de un ser vivo al que causan un perjuicio, o **saprófitos**, si descomponen la materia orgánica procedente de los restos de otros seres vivos.

Los componentes del reino hongos pueden ser:

- *Unicelulares*, como en el caso de las levaduras. Se utilizan en la industria alimentaria para producir bebidas alcohólicas, pan...
- *Pluricelulares*: formados por células asociadas que no forman tejidos. Esta asociación celular se llama **hifa**. Las hifas se ramifican formando una red llamada **micelio**. El micelio se encuentra generalmente en el suelo y no se arranca de una temporada para otra.

Son hongos pluricelulares los **mohos** que crecen sobre sus alimentos, como la fruta o el pan; y las **setas**, como los champiñones y los níscalos.

### LÍQUENES

Quizás has visto alguna vez una roca con manchas en la superficie de color: negro, marrón, naranja o verde. A veces aparecen también estas manchas en troncos de árboles o tejados de casas viejas. Esas manchas son **líquenes**.

Los líquenes son la **asociación en simbiosis** de un alga y un hongo.

### 3.4. Reino vegetal

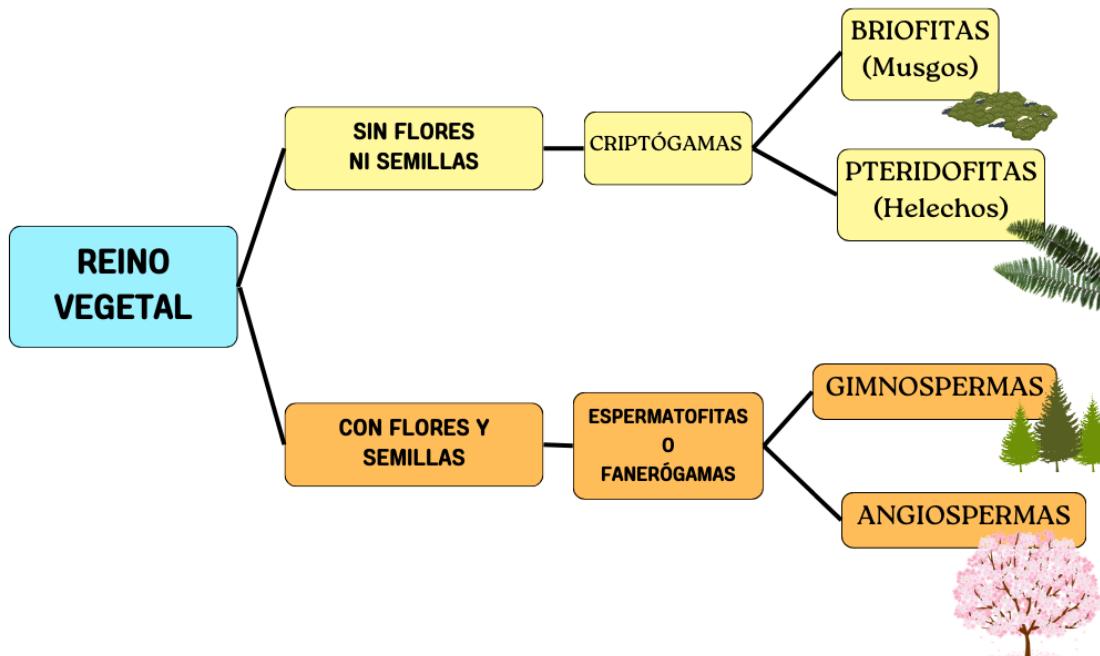
El Reino vegetal agrupa a unas 260.000 especies de plantas que pueden encontrarse en el medio terrestre o en el medio acuático.

Las plantas tienen nutrición **autótrofa**, por lo que en la fotosíntesis son capaces de obtener materia orgánica a partir de materia inorgánica.

Las plantas se clasifican en dos grandes grupos:

- Las plantas sin flores ni semillas, llamadas **Criptogamas**, que forman esporas, como los **musgos (Briofitas)** y los  **helechos (Pteridofitas)**.
- Las plantas con flores y semillas, llamadas **Espermatofitas o Fanerógamas**, que a su vez se dividen en:

- **Gimnospermas**: con semillas desnudas, **sin fruto** que las proteja, como el pino.
- **Angiospermas**: con semillas protegidas por un **fruto**, como el almendro. Estas a su vez se dividen en **Monocotiledóneas** y **Dicotiledóneas** según tengan uno o dos cotiledones, que son las primeras hojas que salen al germinar. Las judías son monocotiledóneas y las gramíneas como el trigo son dicotiledóneas.



### 3.5. Reino Animal

El Reino animal está formado por seres **pluricelulares** (presentan más de una célula) y **eucariotas** (con un núcleo diferenciado en sus células), que necesitan alimentarse de otros seres vivos (**nutrición heterótrofa**) han desarrollado sistemas para relacionarse con el medio en el que viven y tienen capacidad de moverse.

Los animales son uno de los grupos de seres vivos con mayor biodiversidad y han colonizado todos los ambientes existentes. Se pueden encontrar animales viviendo en el aire, en el agua y en la Tierra.

La ciencia que estudia los animales se denomina **zoológia**.

Según la presencia o ausencia de una columna vertebral que recorre internamente al animal, se pueden clasificar en:

- *Vertebrados*: animales con un esqueleto interno o endoesqueleto, que puede ser de tejido óseo o cartilaginoso.
- *Invertebrados*: animales sin esqueleto interno, aunque pueden tener un esqueleto externo o exoesqueleto.

### CARACTERÍSTICAS PRINCIPALES DE LOS VERTEBRADOS Y LOS INVERTEBRADOS

Los animales vertebrados e invertebrados se diferencian por la presencia o ausencia de columna vertebral, pero también tienen otras características diferenciadoras que se resumen en el siguiente cuadro:

<b>INVERTEBRADOS</b>	<b>VERTEBRADOS</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>- Animales <b>sin esqueleto interno</b>, aunque pueden tener un esqueleto externo o exoesqueleto.</li> <li>- Algunos grupos con <b>simetría radiada</b>, no se puede trazar un plano que divida el animal en dos partes simétricas, otros grupos con <b>simetría bilateral</b>.</li> <li>- Características distintivas para cada subgrupo (<b>filum</b>).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Animales <b>con un esqueleto interno o endoesqueleto</b>. Puede ser de tejido óseo o cartilaginoso.</li> <li>- Los animales con <b>simetría bilateral</b>, su cuerpo podría dividirse con un plano imaginario en dos partes simétricas.</li> <li>- División del cuerpo en tres regiones bien diferenciadas: <b>cabeza, tronco y extremidades</b>.</li> <li>- <b>Tetrápodos</b>: dos pares de extremidades.</li> <li>- <b>Sistema nervioso</b> muy desarrollado.</li> <li>- <b>Órganos de los sentidos</b> muy desarrollados.</li> </ul>

### INVERTEBRADOS

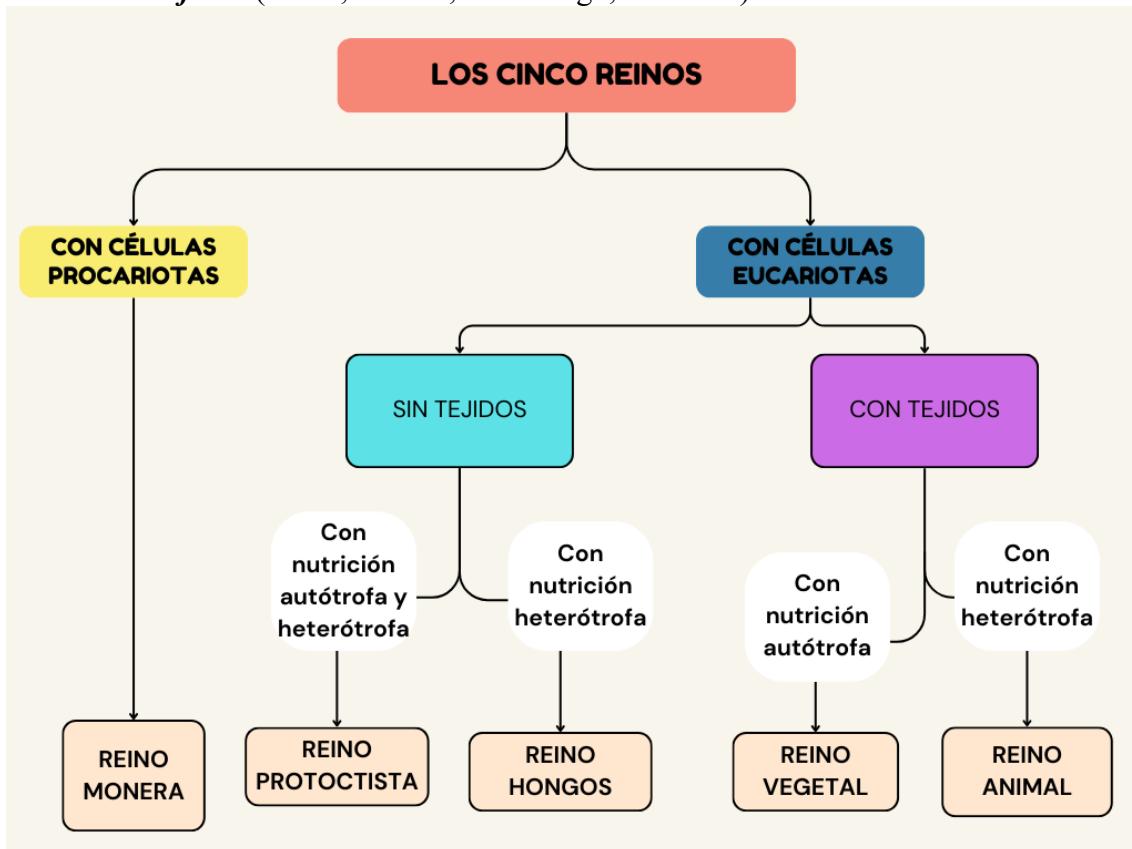
Los invertebrados constituyen un grupo muy diverso con características muy diferenciadas, de los que existen cerca de un millón de especies. Según sus características se dividen en seis subgrupos, taxonómicamente denominados **Filum**.

- ✓ **Filum Poríferos** (esponjas).
- ✓ **Filum Cnidarios** (pólips, medusas, hidras).
- ✓ **Filum Anélidos** (lombrices, gusanos marinos, sanguijuelas).
- ✓ **Filum Moluscos** (mejillones, caracoles, calamares, pulpos).
- ✓ **Filum Artrópodos** (arañas, gambas, ciempiés, saltamontes).
- ✓ **Filum Equinodermos** (estrellas de mar, erizos de mar, holoturias).

### VERTEBRADOS

Los vertebrados constituyen uno de los grupos de **Filum cordados**. Se diferencian varios subgrupos:

- **Peces** (trucha, dorada, merluza)
- **Anfibios** (ranas, sapos, tritones, salamandras)
- **Reptiles** (serpientes, tortugas, lagartos, cocodrilos)
- **Aves** (águilas, patos, gorriones)
- **Mamíferos** (delfín, caballo, murciélagos, humanos)



#### 4. LAS FUNCIONES VITALES DE LOS SERES VIVOS

Las funciones vitales de los seres vivos son: nutrición, relación y reproducción.

##### 4.1. Función de nutrición

Se pueden distinguir dos tipos de nutrición: **autótrofa** y **heterótrofa**.

###### 4.1.1. Nutrición autótrofa

Consiste en obtener materia orgánica y energía a partir de sustancias inorgánica: agua, dióxido de carbono y sales minerales. Para ello, se necesita la presencia de luz solar y clorofila, sustancia que se encuentra en las partes verdes de la planta.

Por las raíces, las plantas toman el agua y las sales del suelo y por las hojas, el dióxido de carbono del aire.

La raíz, además de fijar el vegetal al suelo, absorbe el agua y las sales minerales que forman la savia bruta. Ésta se transporta desde la raíz a la hoja por el tallo, en el interior de unos vasos conductores llamados **xilema**.

Una vez que ha llegado la savia bruta a la hoja, ésta absorbe el dióxido de carbono y con la energía del Sol, en los cloroplastos de las células, que contienen clorofila, se

transforma la savia bruta en savia elaborada. Esta savia elaborada, rica en azúcares y otra materia orgánica, es distribuida al resto del vegetal por el **floema**, otro tipo de vasos conductores del tallo.

Cuando las células necesitan energía para realizar sus funciones, parte de la materia orgánica entra en las mitocondrias

### 4.1.2. Nutrición heterótrofa

Los seres con nutrición heterótrofa, como los animales, no poseen la capacidad de transformar la materia inorgánica en orgánica, por lo que dependen de otros organismos para su obtención.

Los seres unicelulares toman directamente del medio externo las sustancias orgánicas que necesitan, pero los pluricelulares tienen que conseguir que las sustancias orgánicas necesarias lleguen a sus células. Para ello, las células se especializan en **tejidos**. Éstos se asocian en **órganos** y éstos a su vez en **aparatos** o **sistemas** que realizan funciones específicas dentro del organismo.

Los aparatos que intervienen en la función de nutrición de los animales son:

1. Aparato digestivo: prepara los alimentos y los transforma en nutrientes útiles para las células.
2. Aparato respiratorio: toma el oxígeno necesario para la respiración celular y expulsa el dióxido de carbono generado en ese proceso.
3. Aparato excretor: elimina del organismo todas las sustancias tóxicas que produce la célula en su funcionamiento.
4. Aparato circulatorio: distribuye nutrientes y oxígeno por todas las células del cuerpo y recoge los residuos y el dióxido de carbono llevándolo a los órganos excretores.

### 4.2. Función de relación

Ningún ser vivo puede vivir ajeno a lo que ocurre en el medio en el que vive. Necesita capturar el alimento, fabricarlo, buscar pareja, defenderse de los depredadores..., en definitiva, necesita **relacionarse**.

Por ello, la función de relación permite al ser vivo conocer mejor el medio que le rodea para asegurar así su supervivencia, respondiendo lo mejor posible ante posibles cambios.

#### Comunicación dentro del animal

Una vez que el ser vivo ha recibido los estímulos, su sistema nervioso integra y analiza la información. Este sistema es diferente según el grupo animal que se analice. Así el sistema nervioso de **invertebrados** es mucho más simple que el de los **vertebrados**.

Los vertebrados tienen un **sistema nervioso central**: con un cordón nervioso que recorre el cuerpo y se ensancha en la cabeza para formar un encéfalo; **un sistema nervioso periférico**: formado por la prolongación de las células nerviosas y que unen el sistema central con las vísceras, músculos y superficie del cuerpo; y **un sistema nervioso autónomo**: que regula las funciones involuntarias del cuerpo como el latido cardiaco, la digestión y la respiración.

Existen además actos reflejos, que se producen de forma autónoma. Los estímulos no llegan al cerebro, solo llegan a la médula espinal. (Ej.: separar el brazo de un objeto caliente, pestañear si entra algo en el ojo...)

### La función de relación en los vegetales

Los vegetales no pueden desplazarse, pero pueden detectar los cambios en el ambiente en el que viven y reaccionar ante ellos adecuadamente. Por ejemplo, los tallos de las plantas crecer hacia la luz y las raíces hacia el interior de la tierra.

### 4.3. Función de reproducción

La reproducción es la función que permite a los seres vivos dejar copias de sí mismos, tener descendientes que impidan que su especie se extinga y desaparezca. Hay dos tipos de reproducción, tanto en seres unicelulares, como en seres pluricelulares, en animales o en plantas, que son: reproducción asexual y reproducción sexual.

#### LA REPRODUCCIÓN EN ANIMALES

En los animales la reproducción varía según se van haciendo más complejos los seres vivos. Desde los seres unicelulares a los animales invertebrados y luego a los vertebrados va desapareciendo la reproducción asexual hasta quedar solo la sexual.

- **Reproducción asexual en animales:**

Es más importante en invertebrados, y se suele dar en animales primitivos, como cnidarios, gusanos, equinodermos... Se necesita un único individuo y da lugar a animales genéticamente iguales al que los ha originado, por lo que su función no es la mejora genética, si no producir muchos descendientes lo antes posible.

- **Reproducción sexual en animales:**

La reproducción sexual se da en todos los grupos animales, aunque en los invertebrados más primitivos puede tener menor importancia que la reproducción asexual.

Los gametos masculinos se llaman **ESPERMATOZOIDES** y se producen en los **TESTÍCULOS**, y los gametos femeninos se llaman **ÓVULOS** y se producen en los **OVARIOS**.

#### LA REPRODUCCIÓN EN VEGETALES

La reproducción en los vegetales es mucho más variada y compleja que en animales. Existen formas exclusivas de reproducción que sólo se dan en vegetales. Además, la reproducción asexual ocurre en todos los grupos de vegetales, ya sean primitivos o evolucionados.

## 5. PRINCIPALES ESPECIAS AUTÓCTONAS Y ENDÉMICAS DE CASTILLA LA MANCHA

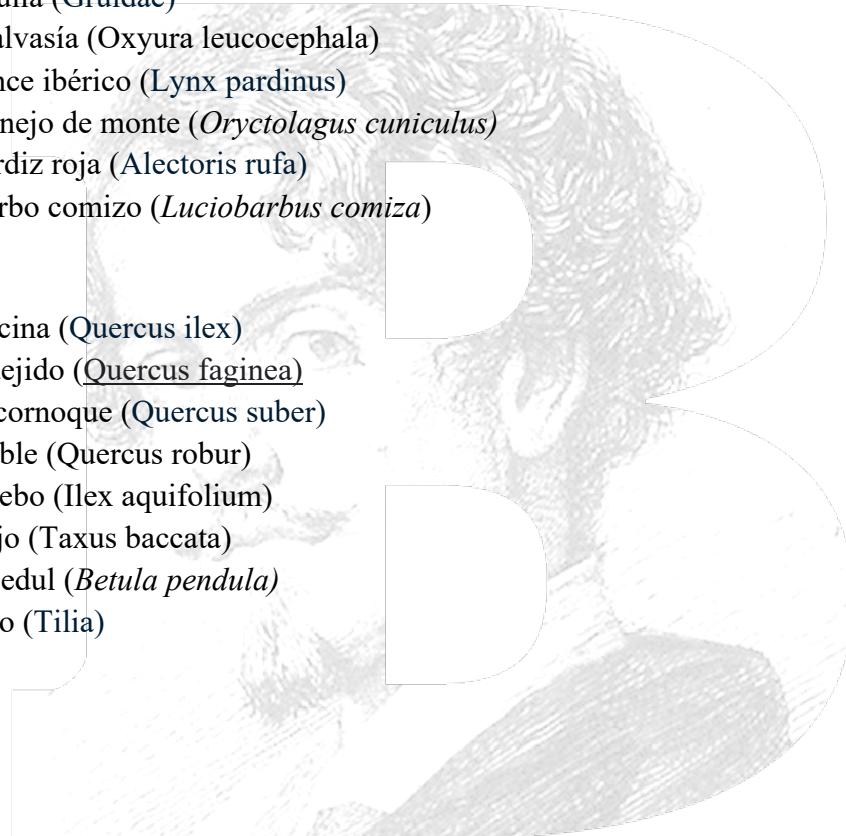
En Castilla-La Mancha se encuentran diferentes ecosistemas con una gran diversidad de flora y fauna que constituye un catálogo de lo más extenso y diverso de la Península.

### FAUNA

- Águila imperial (*Aquila adalberti*)
- Buitre negro (*Aegypius monachus*)
- Avutarda (*Otis tarda*)
- Grulla (*Gruidae*)
- Malvasía (*Oxyura leucocephala*)
- Lince ibérico (*Lynx pardinus*)
- Conejo de monte (*Oryctolagus cuniculus*)
- Perdiz roja (*Alectoris rufa*)
- Barbo comizo (*Luciobarbus comiza*)

### FLORA

- Encina (*Quercus ilex*)
- Quejido (*Quercus faginea*)
- Alcornoque (*Quercus suber*)
- Roble (*Quercus robur*)
- Acebo (*Ilex aquifolium*)
- Tejo (*Taxus baccata*)
- Abedul (*Betula pendula*)
- Tilo (*Tilia*)



## ACTIVIDADES PROPUESTAS. MÓDULO 1. TEMA 5

## ACTIVIDAD 1

*Características de los seres vivos:*

- a) *Formados por células*
- b) *Realizan las tres funciones vitales: nutrición, relación y reproducción*
- c) *Se originan a partir de otros preexistentes*
- d) *Todas las anteriores son correctas*

## ACTIVIDAD 2

*¿Cómo se denomina la ciencia que estudia la clasificación de los seres vivos? ¿En qué grupos clasifica los seres vivos?*

## ACTIVIDAD 3

*Clasifica los siguientes nombres de seres vivos en nombre común o científico:*

- a) *Troglodytes troglodytes*
- b) *Ciervo*
- c) *Lynx pardinus*
- d) *Águila real*

## ACTIVIDAD 4

*Completa el siguiente cuadro sobre la clasificación de los seres vivos:*

REINO	Moneras				Animales
Tipo de células	procariotas	eucariotas		eucariotas	
Nº de células		unicelulares o pluricelulares	unicelulares o pluricelulares	pluricelulares	
Tipo de nutrición	autótrofos y heterótrofos		heterótrofos	autótrofas	heterótrofos
Ejemplo		<i>Vorticela</i>	<i>Amanita muscaria</i>		<i>Lynx pardinus</i>

## ACTIVIDAD 5

*Las bacterias pertenecen al reino moneras y entre sus estructuras se encuentran:*

- a) *la pared celular, membrana plasmática, mitocondrias y ribosomas.*
- b) *la pared celular, membrana plasmática, citoplasma y ribosomas.*
- c) *la pared celular, ADN, mitocondrias y ribosomas.*
- d) *la pared celular, membrana plasmática, ADN y mitocondrias.*

## ACTIVIDAD 6

*Completa la siguiente frase:*

*El reino prototista se divide en dos grupos \_\_\_\_\_ y \_\_\_\_\_.*

*Los organismos del reino prototista son \_\_\_\_\_ y se incluyen organismos muy heterogéneos.*

## ACTIVIDAD 7

*¿Qué son los líquenes?*

## ACTIVIDAD 8

*¿Cómo se denominan las plantas con flores y semillas y qué dos grupos se dividen?*

## ACTIVIDAD 9

*Completa la siguiente frase:*

El Reino animal está formado por seres \_\_\_\_\_ (presentan más de una célula) y \_\_\_\_\_ (con un núcleo diferenciado en sus células), que necesitan alimentarse de otros seres vivos (\_\_\_\_\_) han desarrollado sistemas para relacionarse con el medio en el que viven y tienen capacidad de moverse.

## ACTIVIDAD 10

- ¿En qué consiste la nutrición autótrofa?*
- ¿En qué consiste la nutrición heterótrofa?*

## ACTIVIDAD 11

*Nombrar y explicar los tipos de reproducción en animales.*

## ACTIVIDAD 12

*Seleccionar la opción que no tenga especies autóctonas de Castilla-La Mancha:*

- Avutarda, Lince ibérico, Tilo y Tejo.*
- Malvasía, Perdiz roja, Acebo y Roble.*
- Buitre negro, Grulla, Encina y Abedul.*
- Acadia, Elefante, Tigre y Ginkgo.*

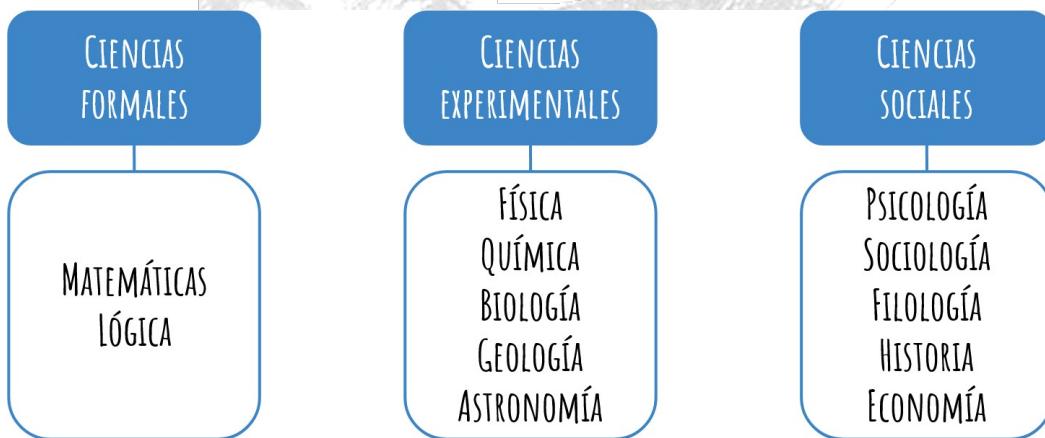
# Modulo 1 ACT. Parte nº 1. Tema 6: La investigación científica

Los avances científicos y tecnológicos, especialmente en los últimos 150 años, han hecho posible una mejoría importante en la calidad de vida del ser humano. Todo ello gracias a la investigación y al esfuerzo colectivo de muchas generaciones.

## 1. La importancia de la ciencia

La palabra ciencia proviene del término latino *scientia* que significa conocimiento. Actualmente la ciencia se define como el conjunto de conocimientos obtenidos mediante la observación y el razonamiento, y de los que se deducen principios y leyes generales con capacidad predictiva y comprobables experimentalmente. Estos principios y leyes no son producto de la cultura o la ideología, sino resultado de la experimentación.

Hay tantas ciencias como conocimientos: exactas, sociales etc. Pero nosotros hablaremos de Ciencias experimentales.



La importancia de la ciencia en nuestra sociedad es innegable y profunda. La **ciencia es el motor** que impulsa el **progreso** humano, transformando nuestras vidas de innumerables maneras. A través de la investigación y el conocimiento sistemático, la ciencia ha desbloqueado secretos del universo y ha proporcionado **soluciones** a problemas que alguna vez parecían insuperables. A continuación, exploraremos la importancia de la ciencia en cuatro dimensiones fundamentales.

### ACTIVIDADES:

1. ¿Qué es la ciencia?

2. Cita dos tipos de ciencias experimentales e indica qué estudia cada una de ellas.

### 3. El Método científico.

Las ciencias experimentales han de tener un método de trabajo que permita explicar los fenómenos que nos rodean, extraer conclusiones fiables, que sus resultados se repitan e incluso poder hacer predicciones exactas. Para ello se utiliza el denominado método científico, compuesto de varios pasos que deben seguirse en orden para poder aceptar o rechazar una hipótesis que explique cualquier fenómeno. El método científico siempre debe cumplir dos principios generales:

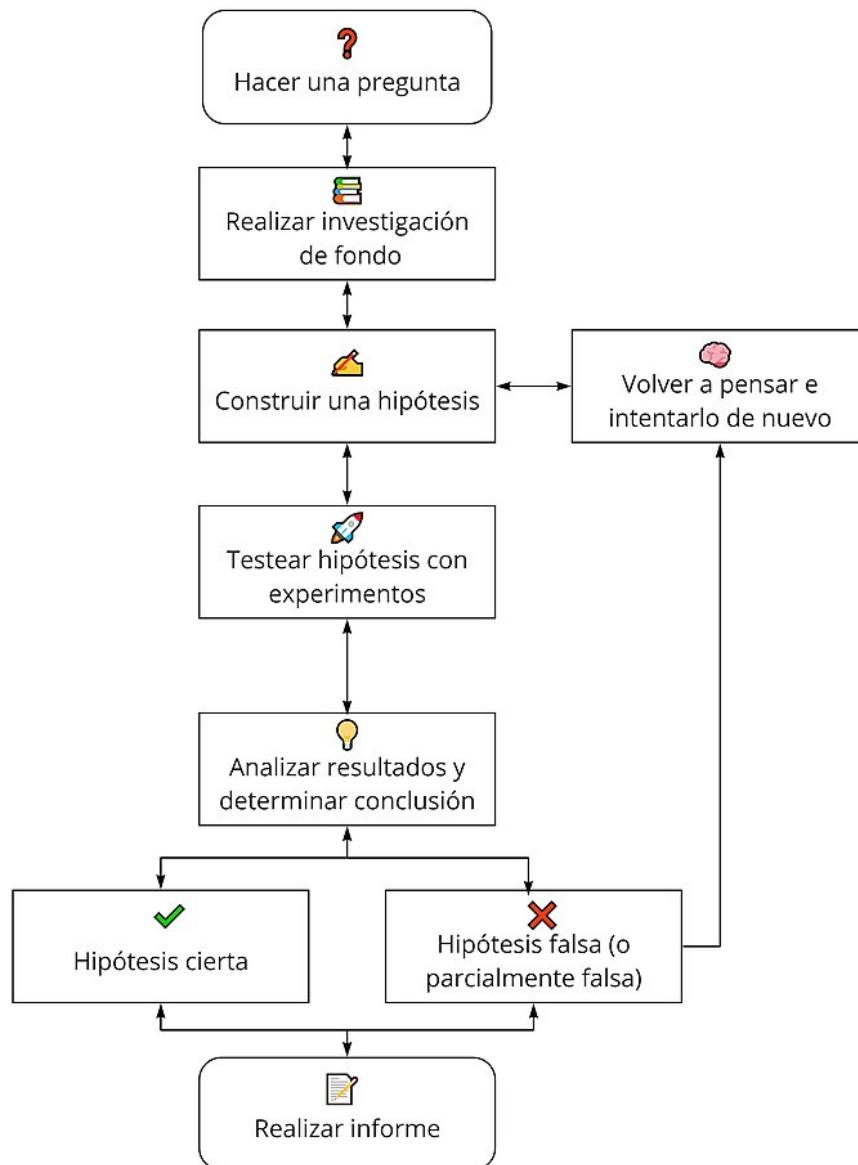
- **Reproducibilidad:** Es la capacidad de reproducir o replicar un determinado experimento en cualquier lugar y por cualquier persona. En la actualidad se realiza mediante la publicación del estudio en revistas científicas y corroborada previamente en una *revisión por pares* (evaluación del trabajo por dos o más personas expertas en el mismo campo antes de su publicación).
- **Falsabilidad:** Es la capacidad de una teoría o hipótesis de ser sometida a potenciales pruebas que la contradigan. Por muy bien que funcione una teoría, siempre debe estar abierta a ser cuestionada y probada, ya que nuevas evidencias que no se hayan considerado en el pasado pueden descartar la teoría o ayudar a mejorarla.

El método científico se compone de los siguientes pasos:

1. Observación: Consiste en describir un fenómeno que llama la atención del científico. Para este paso son muy importantes los avances en métodos de observación como los microscopios o los telescopios.
2. Interrogación: Cuando la observación no llega a una respuesta del proceso, la esencia del problema se intenta concretar en una o más preguntas.
3. Hipótesis: A partir de lo observado y del conocimiento previo se plantea una explicación del problema, una hipótesis, que debe someterse a experimentos para ver si es cierta o no.
4. Experimentación: Se diseñan pruebas experimentales para demostrar si la hipótesis planteada es correcta.
5. Análisis de los resultados: Los resultados de los experimentos han de ser tratados de manera objetiva y con precisión para analizar lo que ha ocurrido.

6. Verificación: Si la hipótesis planteada no es capaz de justificar los resultados se rechaza y volveremos al punto 3 para plantear una nueva hipótesis. Si los datos se ajustan a lo esperado pasaremos al siguiente paso.
7. Comunicación de los resultados: Se realiza la publicación de la investigación en revistas científicas para que otros científicos puedan comprobar su validez.

## Modelo simplificado de las etapas del método científico



El método científico tiene las siguientes características:

- Cualquier teoría debe ser probada para ser validada. Si la solución a una observación no se puede demostrar no puede ser aceptada, se puede tener en cuenta pero nunca considerarla como correcta.
- La ciencia no busca la “verdad absoluta” como puede hacer la religión, intenta dar explicaciones a las observaciones mediante la coherencia de lo observado y experimentado.
- En ciencia no existe una autoridad que valide o rechace una teoría, debe hacerse mediante experimentación, reproducibilidad y falsabilidad.
- El diseño de experimentos debe hacerse con rigor para que las conclusiones acepten o rechacen la hipótesis, no para intentar que nuestra hipótesis parezca correcta.
- Las teorías y leyes científicas no son definitivas. El avance en los métodos de observación y los nuevos conocimientos hacen que las teorías cambien o sean sustituidas por unas nuevas que expliquen mejor las observaciones.

### ACTIVIDADES:

1. Elabora un esquema en tu cuaderno con las distintas fases que comprende el método científico, indicando en qué consiste cada una de ellas.
2. En algunos periódicos aparece el horóscopo. ¿Se pueden aceptar estas predicciones como científicas? ¿Y la predicción del tiempo? ¿Por qué?
3. Diseña un experimento para comprobar si esta hipótesis es verdadera o falsa: “Un cubito de hielo se funde antes cuanto mayor es la temperatura exterior”. Indica que variables has utilizado.

#### 3.1. El informe científico

Es el informe final referente al proceso de investigación y las conclusiones de la misma. Tiene los siguientes apartados:

- Título del informe, nombre del autor y fecha de realización del trabajo.
- Resumen: Es un resumen breve que describe el trabajo desarrollado.
- Procedimiento experimental: Explica el procedimiento, materiales y montajes realizados.
- Datos recopilados: Donde se recogen los datos y cálculos realizados.
- Conclusiones: Se exponen las conclusiones finales.

## MÓDULO 1 ACT

Parte nº 3: La investigación en ciencia. La energía. Dispositivos digitales  
Tema 6: La investigación científica

- **Bibliografía:** Se citan libros, revistas páginas web consultadas indicando el título y autor.
- Una fuente de información es cualquier tipo de recurso, escrito, audiovisual o digital, en el cual se puede encontrar información sobre un tema concreto.



Impresión original del libro *Dos nuevas ciencias* de Galileo (1638).

### ACTIVIDADES:

1. ¿Qué se entiende por divulgación científica?
2. Durante el desarrollo del método científico, tras la observación, y antes de elaborar la hipótesis, es recomendable llevar a cabo una investigación bibliográfica. ¿En qué consiste esta investigación? ¿Por qué es necesario realizarla antes de formular la hipótesis?
3. Imagina que buscas información en Internet sobre un fenómeno y, en dos páginas web, encuentras datos contradictorios. ¿Qué harías?

### 4.- Ciencia y sociedad

Los avances en todos los campos de la ciencia en los últimos siglos son los responsables directos del bienestar de las sociedades modernas. El conocimiento adquirido nos permite conocer y entender mejor el mundo que nos rodea, desde las partículas subatómicas que forman un átomo hasta la existencia de una galaxia a millones de años luz de nuestro planeta. Algunos de los campos que más han cambiado son los siguientes:

- **Salud:** Con la invención de los microscopios se pudieron descubrir y estudiar los microorganismos y crear tratamientos contra ellos en forma de

medicamentos y vacunas. Además, la tecnología ha permitido la creación de importantes métodos de diagnóstico y técnicas quirúrgicas. Actualmente, las terapias génicas, el cultivo de tejidos o la creación de órganos están abriendo una nueva etapa en la medicina moderna.

- **Industria:** La electricidad, al igual que el diseño de máquinas, ha supuesto un avance inimaginable en los procesos industriales, mejorando la producción y el nivel de vida de sus trabajadores, abaratando los costes y mejorando la calidad de sus productos.
- **Transporte:** Los avances en el campo de la física, como la termodinámica, han permitido pasar del transporte mediante animales a tener aviones, trenes o coches, mejorando la comunicación en todo el planeta.
- **Agricultura y ganadería:** Los avances en la producción de maquinaria, en la creación de fertilizantes y pesticidas y en las técnicas en ingeniería genética han permitido una evolución de la agricultura sin precedentes. También de la ganadería por el alimento aportado y por las mejoras en el campo veterinario.
- **Comunicación:** El descubrimiento de las ondas electromagnéticas y de componentes como el transistor han permitido la creación de aparatos electrónicos como radios, televisores o la telefonía móvil.

Las **mujeres** han contribuido notablemente a la **ciencia** desde sus inicios. No obstante, y aunque a lo largo de la historia ha habido mujeres dedicadas a distintas disciplinas científicas, hasta el siglo XIX se les siguió negando a muchas una educación científica formal.

En el siglo XX se produjo un gran cambio; el número de mujeres que estudiaban en universidades aumentó sensiblemente, y comenzaron a ofrecerse trabajos remunerados a las que se quisiesen dedicar a la ciencia. Marie Curie, la primera mujer en ser galardonada con un Premio Nobel de Física en 1903, fue también la primera y hasta ahora única persona en obtener dos premios en dos disciplinas científicas, al recoger en 1911 el de química, en ambos casos por su trabajo sobre la radiactividad. 53 mujeres en total han recibido un Premio Nobel entre 1901 y 2019.

### ACTIVIDADES:

1. Busca información sobre alguna científica y diseña un cartel sobre su trabajo.
2. Escribe el nombre y la disciplina a la que se dedican dos científicos de Castilla - La Mancha

## Modulo 1 ACT. Parte nº 2. Tema 7: La Energía

### ÍNDICE

#### 1. ¿QUÉ ES LA ENERGÍA?

- 1.1 Definición
- 1.2 Unidades de energía

#### 2. TIPOS DE ENERGÍA.

- 2.1 Energía Mecánica
- 2.2 Energía interna
- 2.3 Energía Nuclear
- 2.4 Energía Luminosa

#### 3. CARACTERÍSTICAS DE LA ENERGÍA.

- 3.1 Transformación de la Energía
- 3.2 Conservación de la Energía
- 3.3 Degradación de la Energía
- 3.4 Energía eléctrica

#### 4. FORMAS DE INTERCAMBIAR ENERGÍA:

- 4.1 Trabajo
- 4.2 Calor,
- 4.3 Formas de trasmisión del calor
  - 4.3.1 Conducción
  - 4.3.2 Convección
  - 4.3.3 Radiación

#### 5. FUENTES DE ENERGÍA RENOVABLES Y NO RENOVABLES.

- 5.1 No renovables
- 5.2 Renovables

#### 6. AHORRO ENERGÉTICO Y CONSUMO RESPONSABLE.

#### 7. PRODUCCIÓN DE ENERGÍA EÓLICA EN CASTILLA LA MANCHA

## 1. ¿QUÉ ES LA ENERGÍA?

### 1.1 Definición

La energía es la capacidad o propiedad que presentan los cuerpos y los sistemas físicos para producir transformaciones a su alrededor, ya sea en si mismo o en otros cuerpos.

#### Cualidades de la energía

- Se transfiere de un cuerpo a otro
- Se transforma de una forma a otra de energía
- Se conserva, ni se crea ni se destruye
- Se degrada; en los procesos de intercambio de energía, parte de esa energía se disipa en forma de calor, rozamiento, etc....

### 1.2 Unidades de medida de la energía

La unidad de medida que utilizamos para expresar la energía es el Julio (J), se ha elegido en honor a James Prescott Joule, científico británico del s.XIX que estudió la relación entre el trabajo y el calor. Tradicionalmente, para hablar de calor se utiliza una unidad más conocida que es la caloría(cal). La equivalencia entre estas dos unidades es:

$$1 \text{ J} = 0,24 \text{ cal}$$

$$1 \text{ cal} = 4,18 \text{ J}$$

$$1 \text{ kcal} = 1000 \text{ cal}$$

Aunque en el Sistema Internacional la energía se mida en julios, no siempre vamos a utilizar esta unidad de medida. Veamos algunos ejemplos en los que se emplean otras unidades de medida:

#### En la información nutricional de los alimentos



Kilocalorías (Kcal)

#### En las facturas de la luz

Consumo Activo (kWh)	
Lectura Anterior (Real) 06 - Febrero - 2016	12.041,00 kWh
Lectura Actual (Real) 06 - Marzo - 2016	12.282,00 kWh
Consumo en el periodo	<b>241,00 kWh</b>

Kilovatio-hora (kW·h)

Estas unidades de medida se pueden convertir a Julios aplicando la equivalencia correspondiente:  $1 \text{ W} \cdot \text{h} = 3.600$     $1 \text{ kWh} = 3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$

## 2. TIPOS DE ENERGÍA.

La energía puede presentarse de muy diversas formas. Para clasificar los distintos tipos, nos fijamos en la causa de que el cuerpo posea energía, es decir, que características del cuerpo es la que le hace tener energía:

Energía térmica	Energía mecánica	Energía potencial elástica
Energía que intercambian los cuerpos con diferente temperatura, debido al movimiento de las partículas que los componen. La temperatura es la manifestación macroscópica de este movimiento. Mayor temperatura implica mayor movimiento y, por tanto, más energía.	Es la suma de la <b>energía potencial gravitatoria</b> (debida a la altura a la que se encuentra un cuerpo) y la <b>energía cinética</b> (por su velocidad).	Energía que se libera cuando un muelle, o un resorte que estaba comprimido, se suelta. Depende de la deformación producida y se puede invertir en producir trabajo. Su expresión es:
<b>Energía química</b>	$E_m = E_c + E_p = \frac{1}{2} mv^2 + mgh$ Donde $m$ es la masa del objeto expresada en kilogramos; $v$ es la velocidad expresada en m/s; $g$ es el valor de la gravedad (9,8 m/s <sup>2</sup> ), y $h$ , la altura expresada en metros.	$E_p = \frac{1}{2} kx^2$ Donde $k$ es una constante elástica característica del muelle y $x$ es la distancia que se desplaza el muelle respecto a su posición de equilibrio.
<b>Energía nuclear</b>		
	<b>Energía eléctrica</b> Energía asociada a la corriente eléctrica, es decir, a las cargas en movimiento.	Cuanto más comprimido esté el resorte, más energía potencial elástica almacenará.
	<b>Energía del sonido</b> Energía de vibración, ya que el sonido está formado por ondas sonoras, que son oscilaciones que se propagan en un medio elástico; este medio puede ser gaseoso, sólido o líquido.	<b>Energía electromagnética</b> Se debe a las ondas electromagnéticas que se producen al hacer oscilar campos magnéticos y eléctricos. A este tipo de energía pertenecen las ondas de radio y televisión, los rayos X o las microondas.

Los cuerpos pueden tener varios tipos de energía al mismo tiempo.

Cuando estudiamos que tipos de energía tiene un cuerpo, nos centramos en aquellos que son más importantes. Por ejemplo:

Un coche es importante la energía cinética, pero también lo es la energía química del combustible.

En una pila es importante la energía química que se almacena y la energía eléctrica que produce.

En un cuerpo caliente es importante la energía térmica y si es un alimento también su energía química.

En un objeto que está a cierta altura, será importante su energía gravitatoria.

### 3- CARACTERÍSTICAS DE LA ENERGÍA.

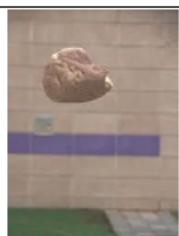
En este apartado vamos a ver que la energía:

- Puede transformarse de un tipo a otro
- Puede transferirse, pasar de un cuerpo a otro
- Puede almacenarse y transportarse
- Se conserva, pero no se degrada.

#### 3.1 Transformaciones de la energía:

La cantidad de energía de un cuerpo puede cambiar si se produce algún cambio, ya sea físico o químico.

**Una piedra que cae:**  
La piedra posee energía gravitatoria, que disminuye al caer (está cada vez a menos altura). Mientras tanto, se mueve cada vez más rápido: su energía cinética aumenta. En resumen: disminuye la energía gravitatoria de la piedra y aumenta la energía cinética de la piedra



**Un vaso de agua caliente se enfria:**  
El agua caliente posee energía interna térmica, que disminuye al enfriarse y disminuir la temperatura. Por otro lado, el aire que está en contacto con el vaso aumenta su temperatura, con lo que su energía térmica aumenta. En resumen: Disminuye la energía térmica del agua y aumenta la energía térmica del aire.



**Una linterna a pilas:**  
Las sustancias que contiene la pila almacenan energía química, que disminuye conforme las sustancias reaccionan y se produce la corriente eléctrica (energía eléctrica). Posteriormente, esta energía eléctrica se transforma en energía lumínosa en la bombilla, y una parte en energía térmica (la bombilla se calienta). En resumen, disminuye la energía química de la pila y aumenta la energía lumínosa y la energía térmica en la bombilla



**Una moto que acelera:**  
La moto aumenta su velocidad, por lo que su energía cinética aumenta. ¿De dónde proviene esa energía? Pues de la gasolina, que se consume. La energía química de la gasolina disminuye. También el motor se calienta. Aumenta su energía térmica.



En resumen: Disminuye la energía química de la gasolina y aumenta la energía cinética de la moto y su energía térmica.

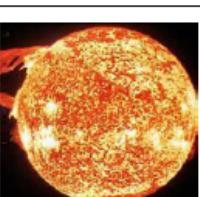
**Un muelle se descomprime:**  
El muelle comprimido almacena energía elástica. Esto ocurre al darle cuerda a un juguete, por ejemplo. Al soltar el muelle, este se descomprime (disminuye su energía elástica) y pone en marcha el mecanismo del juguete, aumentando su energía cinética. Disminuye la energía elástica del muelle y aumenta la energía cinética del juguete



**Un automóvil que frena:**  
Al frenar, disminuye la energía cinética del automóvil, hasta que se hace cero (se para). ¿Dónde se va esa energía? Si analizamos la frenada, vemos que el automóvil frena por el rozamiento de los discos de freno, y de las ruedas con el suelo. Los frenos, las ruedas, el suelo, el aire de alrededor... se calientan. En resumen: disminuye la energía cinética del automóvil y aumenta la energía térmica de frenos, ruedas, aire...



**La energía solar:**  
La energía que desprende el Sol proviene de las reacciones nucleares que ocurren en su interior. Se desprende radiación (luz) y la temperatura del Sol aumenta (5500 °C en la superficie y 15 millones de °C en el interior). En resumen: disminuye la energía nuclear del sol, y aumenta su energía térmica y la energía radiante de la luz.



**La fotosíntesis de las plantas:**  
Las plantas producen materia orgánica mediante la fotosíntesis aprovechando la energía de la luz. Por lo tanto, disminuye la energía radiante de la luz y aumenta la energía química de la materia orgánica.



### 3.2 Conservación de la energía

Todos estos ejemplos podemos comprobar que, siempre que un cuerpo pierde energía de algún tipo, otro cuerpo (a veces el mismo o varios) gana energía, del mismo tipo o de otro. Esto ocurre siempre en la naturaleza. La cantidad de energía que pierden los cuerpos, por un lado, otro cuerpo la terminan ganando por otro, De esta forma la cantidad de energía total permanece constante (eso sí, con otro “aspecto”).

Esto se conoce como principio de conservación de la energía y dice:

*En toda transformación, la energía total permanece constante o la forma más conocida que es que la energía ni se crea ni se destruye, solo se transforma.*

### 3.3 Degradación de la energía

Si observamos con detalle los caminos que hemos estudiado, en todos ellos la energía se conserva, pero también ocurre algo más; parte de esa energía termina producción eso un calentamiento en los objetos, ya sea suelo, aire, se dice que se disipa en forma de calor. Es algo inevitable. Podemos reducirlo en algunos casos, pero siempre parte de la energía termina pasando al entorno en forma de calor.

Y esa energía que pasa al entorno, ya no podemos aprovecharla. No ha desaparecido, está ahí, pero no podemos usarla. Parece que ha perdido calidad. Se dice que la energía se ha degradado.

En todo cambio, una parte de la energía pasa a forma de calor. La energía total se conserva, pero también se degrada.

### 3.4 Energía eléctrica.

La energía eléctrica es la más versátil, la que mejor y más eficientemente puede transportarse (mediante cables) y transformarse en otro tipo de energía como:

- Radiante (bombilla)
- Térmica (estufa)
- Cinética (motores eléctricos)

<p>La energía se transfiere de unos cuerpos a otros</p>  <p>Una cocina transfiere energía al agua de un cazo y la calienta. El Sol transfiere energía luminosa a una planta y con ella se realiza la fotosíntesis.</p>	<p>La energía se puede almacenar</p>  <p>Las pilas y baterías o los combustibles almacenan energía química. Por otra parte, un muelle comprimido almacena energía potencial elástica.</p>
<p>La energía se puede transportar</p>  <p>El sistema de transporte depende del tipo de energía. Por ejemplo, la energía eléctrica se transporta mediante cables, y la energía radiante, mediante ondas que se propagan en el espacio.</p>	<p>La energía se transforma</p>  <p>Los aerogeneradores transforman la energía cinética del viento en energía eléctrica. Cuando se deja caer una pelota que estaba en un tejado, su energía potencial se transforma en energía cinética.</p>
<p>La energía se conserva</p>  <p>En cada transferencia o transformación de energía, la cantidad total se conserva. Cuando se contabiliza la energía, hay que tener en cuenta también la energía que se degrada; esa energía no se puede utilizar, pero forma parte de la energía total del universo.</p>	<p>La energía se degrada</p>  <p>El ventilador sirve para refrigerar los circuitos.</p> <p>Cuando una energía se transforma en otra, el cambio no es total. Una parte de la energía original se queda en las partículas del propio cuerpo, haciendo que aumente su temperatura, o pasa al medio ambiente, calentándolo. Esta energía no se puede aprovechar; se dice que se ha degradado.</p>

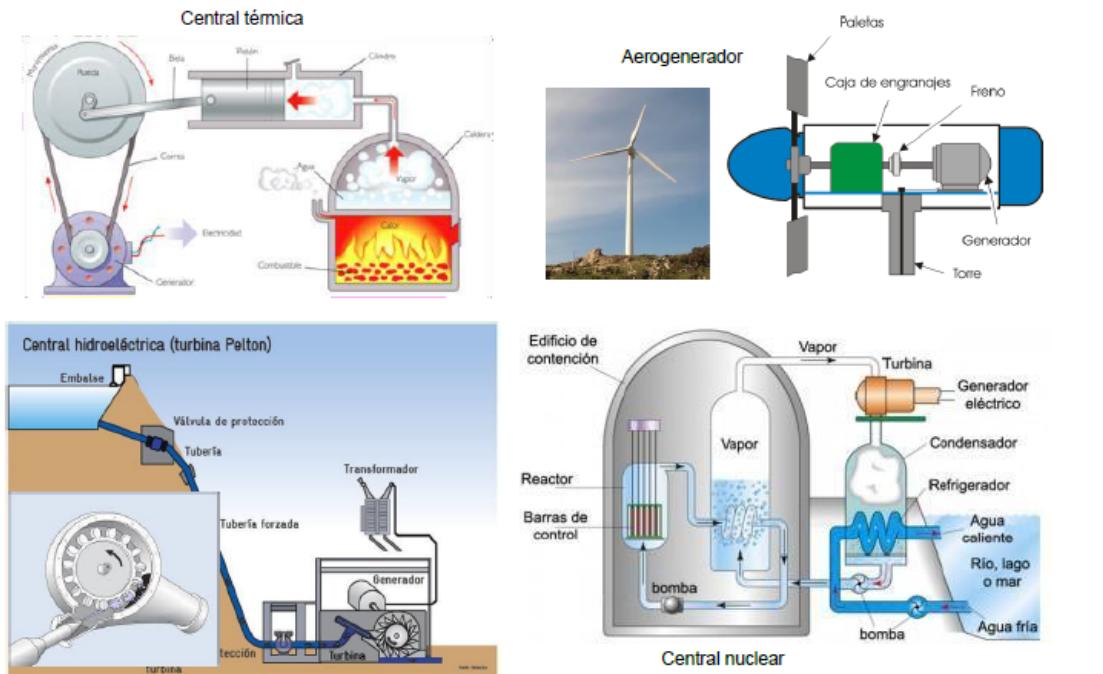
Y puede almacenarse como energía química en batería y pilas recargables.

Pero para transformar otros tipos de energía en energía eléctrica necesitamos un aparato que se llama generador de corriente o alternador.

Un generador de corriente consiste en una bobina (cable de cobre enrollado) que gira dentro del campo magnético que produce un imán, al girar el campo magnético del imán se pone en movimiento y los electrones del metal producen energía eléctrica, la transformación que se produce es de energía cinética que generamos al girar la bobina a la energía eléctrica de los cables.

Lógicamente para hacer girar el generador necesitamos energía que puede proceder de:

- Del viento, si conectamos el generador a las palas de un molino
- Del agua, si almacenamos agua en un embalse y lo dejamos salir a presión moviendo las palas de una turbina conectada al generador
- De combustibles, al quemarlos calentamos agua que lo transforma en vapor y este vapor a presión sale y mueve la turbina conectada al generador
- Energía nuclear, la reacción de fisión del uranio se usa para calentar agua y esta pasa a su estado de vapor que sale a presión y mueve la turbina.



#### 4- FORMAS DE INTERCAMBIAR ENERGÍA:

Ya hemos visto que la energía puede pasar de unos cuerpos a otros, pues bien, puede hacerlo de dos formas:

- Mediante Trabajo (W)
- Mediante Calor (Q)

##### 4.1 Trabajo (W)

El trabajo en termodinámica siempre se representa como un intercambio de energía entre un sistema y su entorno. Cuando un sistema sufre una transformación, esto puede provocar cambios en su entorno. Si tales cambios implican el desplazamiento o variación de las fuerzas que ejerce el entorno sobre el sistema o más precisamente sobre la frontera entre el sistema y el entorno, entonces ha habido producción de trabajo.

Si la fuerza se aplica a favor del movimiento, le damos energía al cuerpo  
Si la fuerza que se aplica es en contra del movimiento, lo frenamos, le quitamos energía al cuerpo.

Si no hay desplazamiento, la fuerza no da ni quita energía al cuerpo, no se realiza trabajo,

## 4.2 Calor (Q)

El calor es la energía transferida o intercambiada debido a una diferencia de temperatura.

Cuando ponemos en contacto dos cuerpos con distinta temperatura, sabemos que ocurre, la energía del cuerpo con más temperatura cede energía en forma de calor al cuerpo con menor temperatura, de esta forma el cuerpo más caliente se enfriá y el mas frio se calienta, hasta que llega un punto en el que se igualan las temperaturas, llegando al equilibrio térmico.

## 4.3 Formas de trasmisión de calor.

- Conducción
- Convección
- Radiación

### 4.3.1 Conducción

En la conducción, la energía se transmite a través de las sustancias, mediante el choque de unas partículas con otras. Se da sobre todo en sólidos.

Se transmite durante un contacto directo en los cuerpos a distintas temperaturas y tiene lugar mediante choques o acoplamientos entre las moléculas del sistema.

Este proceso es de gran importancia en sólidos, pero menor en los líquidos y en los gases.

Existen sustancia que transmiten bien el calor, son buenos conductores térmicos como por ejemplo los metales.

Otras sustancias son malas conductoras, es decir son aislantes térmicos como el aire, la madera, los plásticos su conductividad eléctrica es muy baja.

### 4.3.1 Convección

Es la energía calorífica se transmite por el movimiento físico de las moléculas calientes de las zonas de alta temperatura alas de baja temperatura y viceversa, equilibrando así la temperatura, formándose corrientes de convección hasta llegar al equilibrio.

Este proceso es de gran importancia en los fluidos (líquidos o gases) y también es denominado conducción superficial.

La transferencia de calor por convección puede ser forzada cuando esta ayudada por el movimiento de las superficies de contacto con el fluido o libre cuando se produce únicamente en virtud de la diferencia de densidades causada por una diferencia de temperatura.

### 4.3.3 Radiación

La energía calorífica se transmite en forma de energía de la radiación electromagnética (luz), emitida por todos los cuerpos por el hecho de encontrarse a una temperatura determinada, y que se propaga a la velocidad de la luz y puede ser absorbida por los cuerpos aumentando su temperatura.

Estas radiaciones pueden transmitirse por medios transparentes y también por el vacío, Es la forma en la que la energía del sol llega a la tierra.

## 5. FUENTES DE ENERGÍA RENOVABLES Y NO RENOVABLES

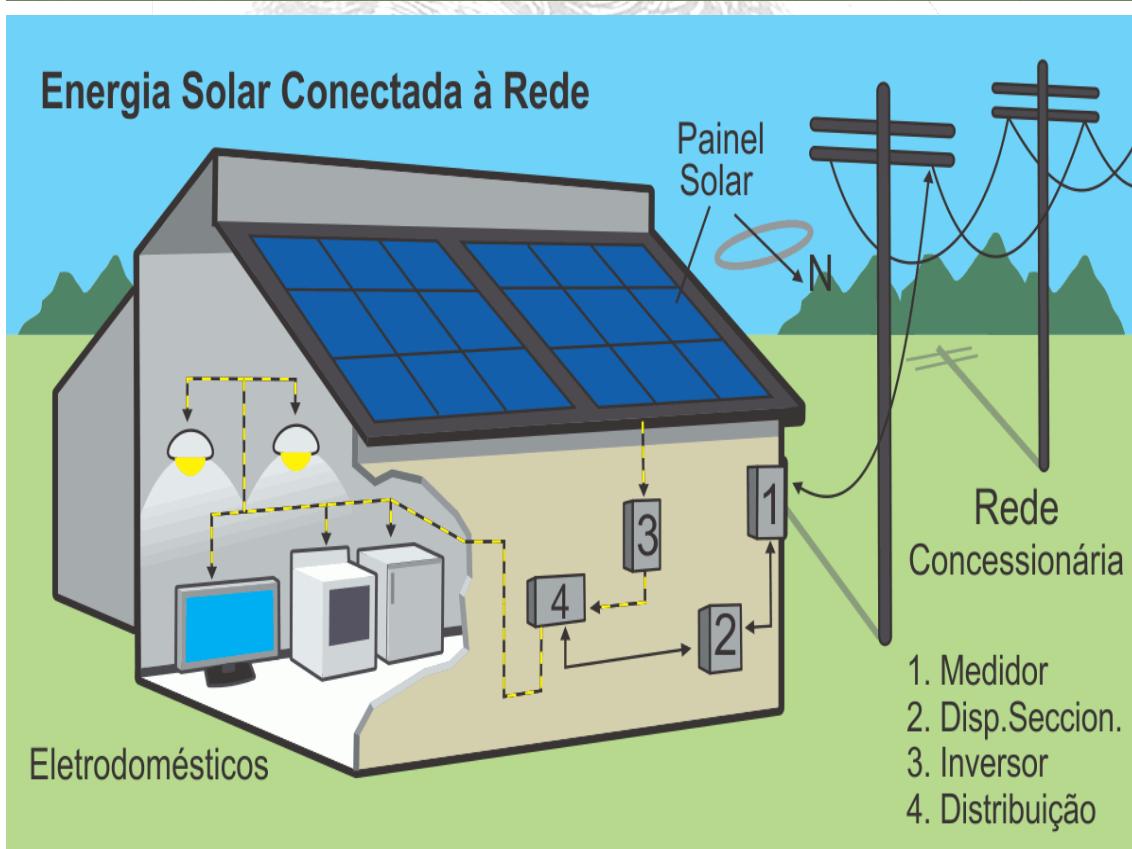
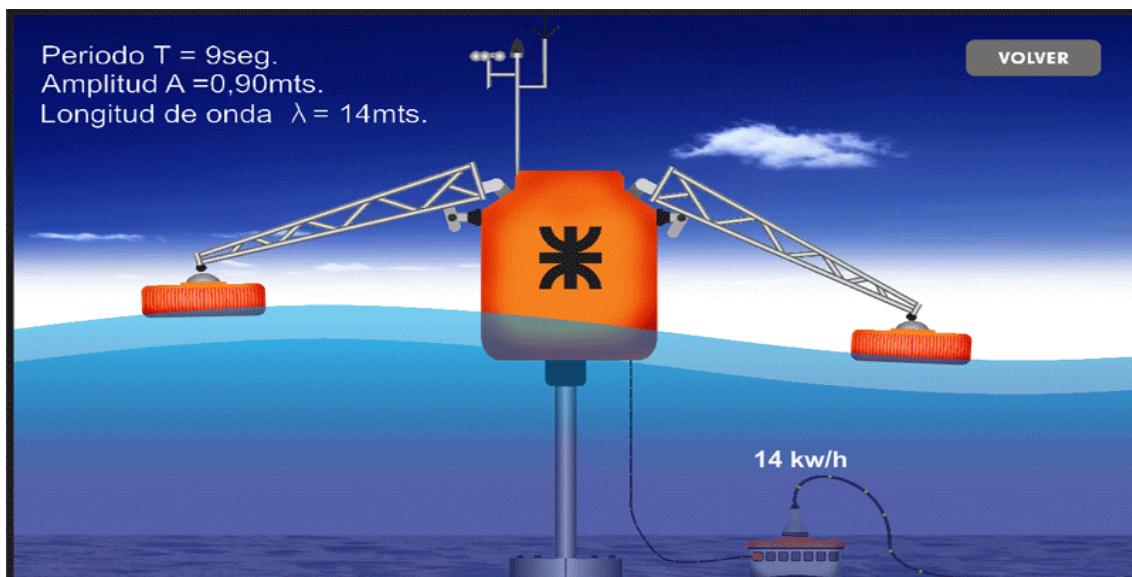
Los recursos renovables son importantes para el ser humano porque pueden convertirse en fuentes de energía limpias e inagotables y además con bajo impacto ambiental.

La energía solar, la eólica, la geotérmica, la mareomotriz o la biomasa son algunos ejemplos.

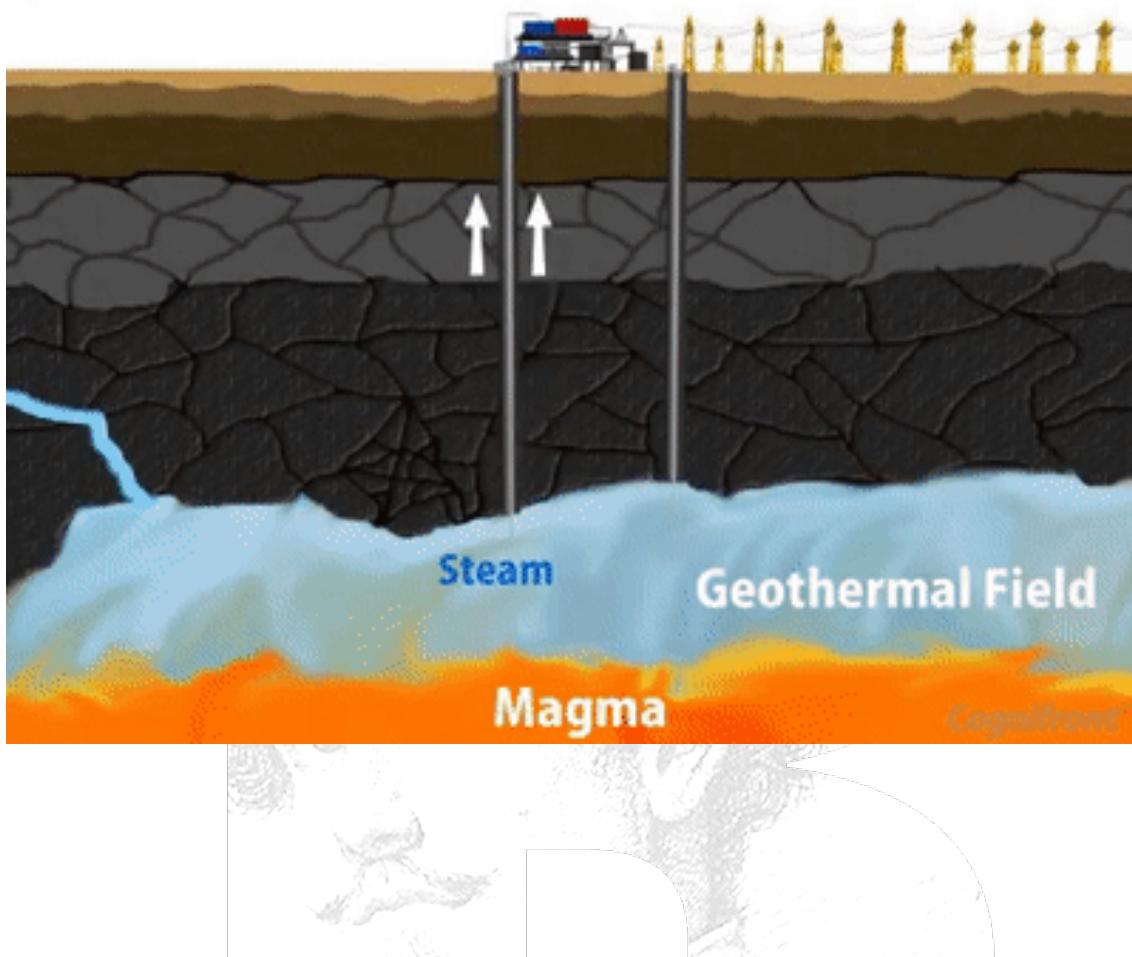
Por eso, la búsqueda de energías sostenibles que no necesiten de la combustión de fósiles y por tanto, no contaminen es una de las bases para conseguir un planeta más sostenible.

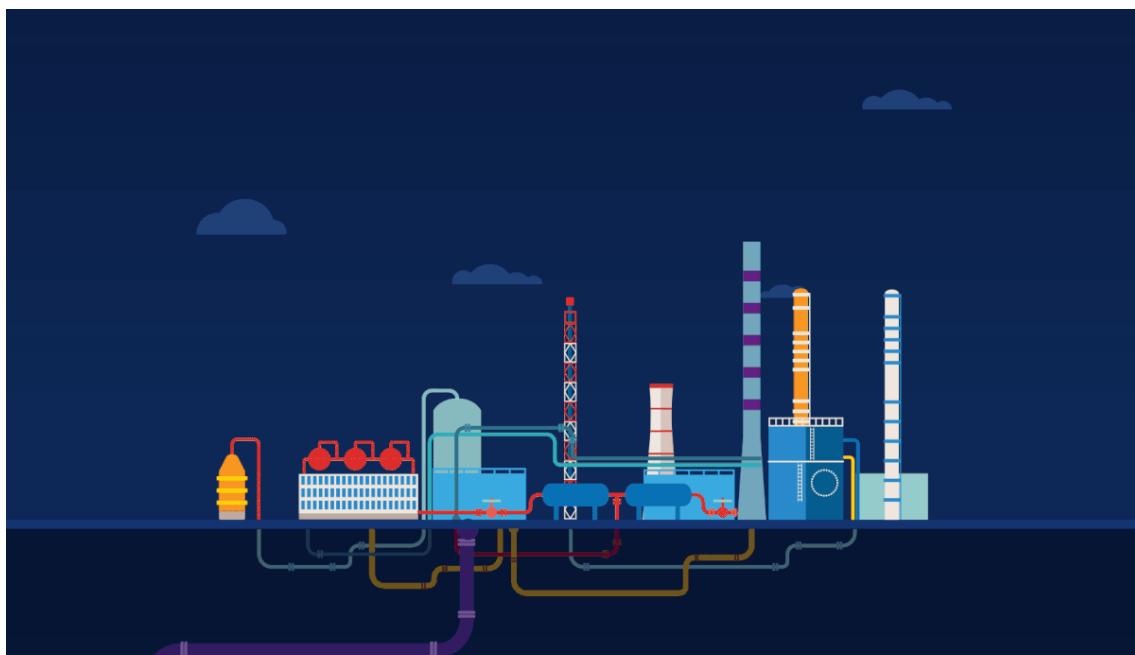
- **Recursos naturales**
  - **Renovables**
  - **No renovables**
- **Recursos No Renovables:**
  - **Combustibles fósiles- Carbón, petróleo, gas natural**
  - **Nuclear – Fisión de uranio y plutonio**
- **Recursos renovables:**
  - **Eólica**
  - **Hidráulica**
  - **Biomasa**
  - **Geotérmica**
  - **Solar fotovoltaica**
  - **Solar térmica**
  - **Hidrógeno**
  - **Mareomotriz**

Energías renovables		
Hidráulica	Mareomotriz	Biomasa
Eólica	Solar	Geotérmica



Dry steam power plant





## 6-AHORRO ENERGÉTICO Y CONSUMO RESPONSABLE.

Vivimos en un mundo cuya población, durante el último siglo, se viene duplicando cada 40 años aproximadamente. En la actualidad, 7500 millones de seres humanos pueblan la Tierra. Las mejoras en los cultivos, la medicina y la tecnología han hecho posible esto.

Pero el desarrollo y el aumento de la población trae también muchos inconvenientes, como:

- El aumento del consumo de energía: Los países desarrollados cada vez necesitan consumir más energía por habitante (más industrias, más electrodomésticos, mayor número de automóviles...)
- El agotamiento de los recursos: Cada vez se dedica más terreno a suelo cultivable, haciendo desaparecer espacios naturales, como bosques y selva tropical, los "pulmones" del planeta, que absorben CO<sub>2</sub> y producen oxígeno. Esto hace que muchas especies animales y vegetales estén en peligro de extinción.

También las fuentes de energía que usamos se agotan, ya que la mayor parte de la energía que utilizamos para obtener electricidad, para el transporte, la industria... procede de fuentes no renovables (combustibles fósiles, uranio), que además es más contaminante.

- La contaminación del aire, del agua y los cultivos: Al quemar carbón, petróleo o gas natural, se desprenden a la atmósfera grandes cantidades de CO<sub>2</sub> (uno de los causantes del calentamiento global), así como óxidos de nitrógeno y azufre, causantes de alergias, enfermedades respiratorias, lluvia ácida...
- Los residuos radiactivos que genera una central nuclear son altamente contaminantes, y hay que mantenerlos en bidones de acero y hormigón durante cientos de años hasta que su actividad radiactiva disminuya.
- El aumento de las desigualdades: La diferencia de nivel de vida entre países ricos y países empobrecidos está aumentando.

La lucha por el control de las fuentes de energía provoca guerras, millones de refugiados, sostiene dictaduras...

Por todo ello, se hace necesario no sólo tender al uso de fuentes de energía renovables, sino a concienciarnos de que hay que consumir menos energía, al menos eliminar gastos de energía superfluos.

### ➤ Algunas medidas para ahorrar energía:

- Tener las luces encendidas sólo si es necesario. Aprovechar todo lo que sea razonable la luz solar. Usar en casa lámparas de bajo consumo, o LED.
- Los aparatos eléctricos en standby (con el piloto encendido) consumen mucha energía a lo largo del año. Mejor apagarlos cuando no se estén usando.
- Usar más el transporte público, o la bicicleta, o caminar, para moverte por la ciudad.
- Poner en casa la calefacción o el aire acondicionado a una temperatura razonable: 20°C para la calefacción en invierno, y 24°C para el aire acondicionado en verano, permiten estar confortables, y ahorrar energía.

- Comprar aparatos eléctricos eficientes, de clase A consumen hasta el 30% de un electrodoméstico antiguo.
  - Aislart térmicamente la casa, poniendo aislamiento en las paredes (poliestireno, poliuretano) y ventanas de doble cristal y rotura de puente térmico (con una capa de aire entre los dos cristales y aislante entre las partes metálicas).
  - Reciclar también ahorra energía, además de recursos naturales. La energía necesaria para fabricar una botella de vidrio reciclada es mucho menor que a partir de la materia prima (arena).

El recurso es toda materia o forma de energía obtenida de la naturaleza que permite al ser humano desarrollar una actividad.

El residuo es todo material o forma de energía que no tiene utilidad inmediata y que por ello es desecharlo una vez desarrollada dicha actividad.



El impacto medio ambiental es cualquier alteración del medio ambiente llevada a cabo por una actividad humana, puede ser positivo o negativo.

## 7. PRODUCCIÓN DE ENERGÍA EÓLICA EN CASTILLA LA MANCHA

Castilla-La Mancha es una de las comunidades autónomas con mayor potencial eólico de España. La región cuenta con una superficie de más de 70.000 kilómetros cuadrados, de los cuales más de 30.000 son susceptibles de acoger instalaciones eólicas.

Castilla-La Mancha es la comunidad autónoma con más potencia eólica instalada de Iberdrola España: un total de 1.929 MW, repartidos entre sus 56 parques eólicos.

La producción eólica en Castilla-La Mancha está generando importantes beneficios económicos y sociales. La región cuenta con una industria eólica muy consolidada, que da empleo a miles de personas.

Los parques eólicos se instalan normalmente en lugares donde se puedan aprovechar los vientos terrestres o marinos (gracias a las características eólicas de la zona y la adecuación del emplazamiento) sin interferir con el entorno o perjudicar el hábitat natural de las especies.

### Desarrollo

La energía eólica es una fuente de energía renovable que aprovecha la energía del viento para generar electricidad. Los aerogeneradores, que son las máquinas que convierten la energía del viento en electricidad, están formados por una torre, un rotor y un generador.

El rotor está compuesto por unas aspas que, al girar, mueven el generador. El generador, a su vez, transforma la energía mecánica del rotor en energía eléctrica.

La energía eólica es una fuente de energía limpia y sostenible. No produce gases de efecto invernadero, por lo que contribuye a reducir el calentamiento global.

En Castilla-La Mancha, los vientos son fuertes y constantes, lo que hace de la región un lugar ideal para la producción de energía eólica. La región cuenta con una gran superficie de terreno que puede ser utilizada para la instalación de aerogeneradores.

La producción eólica en Castilla-La Mancha ha experimentado un fuerte crecimiento en los últimos años. En 2000, la región contaba con una potencia eólica instalada de apenas 100 megavatios. En 2023, esta cifra ha aumentado hasta los 3.600 megavatios.

Este crecimiento ha contribuido a reducir la dependencia de Castilla-La Mancha de las fuentes de energía no renovables, como el carbón y el gas natural.

### Beneficios

La producción eólica en Castilla-La Mancha está generando importantes beneficios económicos y sociales. La industria eólica de la región da empleo a miles de personas, tanto en la construcción y mantenimiento de los parques eólicos como en la producción de componentes eólicos.

La producción eólica también está contribuyendo a reducir la contaminación atmosférica y el impacto medioambiental de Castilla-La Mancha.

Castilla-La Mancha es una región con un gran potencial eólico. La producción eólica en la región está generando importantes beneficios económicos y sociales, y está contribuyendo a reducir la contaminación atmosférica y el impacto medioambiental.

### Los principales parques eólicos de Castilla-La Mancha son:

- Parque eólico Campo de Calatrava: Situado en la provincia de Ciudad Real, es el parque eólico más grande de España, con una potencia instalada de 1.000 megavatios.

Parque eólico Campo de Calatrava, Castilla-La Mancha

• Parque eólico La Mancha: Situado en las provincias de Ciudad Real y Toledo, cuenta con una potencia instalada de 875 megavatios.

• Parque eólico Sierra Norte de Albacete: Situado en la provincia de Albacete, cuenta con una potencia instalada de 800 megavatios.

Parque eólico Sierra Norte de Albacete, Castilla-La Mancha

• Parque eólico Los Altos del Guadiana: Situado en las provincias de Ciudad Real y Toledo, cuenta con una potencia instalada de 600 megavatios.

Parque eólico Los Altos del Guadiana, Castilla-La Mancha

• Parque eólico Sierra de Cuenca: Situado en la provincia de Cuenca, cuenta con una potencia instalada de 500 megavatios.

Parque eólico Sierra de Cuenca, Castilla-La Mancha

Estos parques eólicos generan una gran cantidad de energía limpia y sostenible, que contribuye a reducir la dependencia de Castilla-La Mancha de las fuentes de energía no renovables.

### Algunos de los principales parques eólicos de la provincia de Toledo son:

. El **Romeral** es el único parque eólico con la que cuenta Iberdrola España en la provincia de Toledo. **Con 31,45 MW de potencia instalada**, fue puesta en marcha hace dos décadas y está formada por 37 aerogeneradores. Así, es capaz de abastecer de electricidad a 15.000 viviendas.

• Parque eólico **Cerro de la oliva**: Situado en los municipios de Almonacid, Nambroca y Villamim, cuenta con una potencia instalada de 20800 Kilovatios.

• Parque eólico **Cerro de Pulgar**: Situado en los municipios de Pulgar y Noez, cuenta con una potencia instalada de 4500 Kilovatios.

• Parque eólico **La Plata**: Situado en el municipio de Villarrubia de Santiago, cuenta con una potencia instalada de 21250 Kilovatios.

• Parque eólico **El Emperador**: Situado en el municipio de los Yébenes, cuenta con una potencia instalada de 20400 Kilovatios.

## UNIDAD 8 : DISPOSITIVOS DIGITALES.

### 1. Introducción.

Los dispositivos digitales son aquellos aparatos electrónicos que se conectan a una red de computadoras para intercambiar y almacenar datos. Estos dispositivos se han convertido en una parte indispensable de nuestras vidas. Desde teléfonos inteligentes hasta computadoras portátiles, se usan para una gran variedad de tareas, desde el envío de mensajes, la navegación por Internet, la edición de documentos y la reproducción de música y videos. Estos dispositivos digitales también pueden usarse para realizar actividades como la realización de compras en línea y la administración de cuentas bancarias.

Suelen contar con tecnología de última generación, que ofrece una variedad de opciones para el usuario. Estas opciones incluyen la conectividad inalámbrica, la conexión a redes locales, la seguridad en línea y la protección de datos. Algunos dispositivos digitales también incluyen tecnología avanzada como la realidad aumentada, la impresión 3D, la robótica y la inteligencia artificial. Estas tecnologías pueden mejorar la productividad y la eficiencia en el trabajo.



**2. Tipos de dispositivos digitales.** Los dispositivos digitales más utilizados en nuestra día a día son:

- Ordenadores
- Dispositivos de entrada
- Dispositivos de salida
- Dispositivos de almacenamiento
- Smartphones
- Tablet
- Servidores
- Reloj inteligentes
- Libros electrónicos
- GPS

Videoconsolas

A continuación vamos a pasar a estudiar en detalle el primero de ellos.

### 3. ¿Qué es un ordenador?

Máquina electrónica y programable **capaz de almacenar y tratar información**.

Un sistema informático posee **hardware** y **software**.

También se conoce como dispositivo digital y sistema informático.

#### 3.1. Componentes de un ordenador.

**HARDWARE**: Elementos **FÍSICOS** de un ordenador. Por ejemplo: monitor, teclado, ratón, placa base, memoria RAM, disco duro. Lo conocemos como lo que podemos tocar físicamente.

**SOFTWARE**: Elementos **VIRTUALES** de un ordenador. Por ejemplo: Windows, Android, Word, PowerPoint, Excel. Lo conocemos como lo que no podemos tocar físicamente y sólo existe dentro del ordenador.

Ambos componentes son **NECESARIOS** para el funcionamiento de un ordenador.

### EJERCICIOS

1-Enumera los dispositivos digitales que más utilices.

2-Explica las diferencias entre el Hardware y el Software de un ordenador y enumera tres elementos de cada uno de ellos.

#### 3.2. Tipos de ordenador:

Ordenador de mesa.

Conocida también como PC (del *english*, “personal computer”), es una computadora diseñada para uso individual en un entorno doméstico o corporativo, es decir, de casita o de chamba en oficina. A diferencia de las laptops y las tablets, las PCs de escritorio típicamente **tienen una CPU** (unidad central de procesamiento), **monitor, teclado y ratón** en formato todo-en-uno. Esto hace que sean más fáciles de usar y configurar para el hogar multimedia y los videojuegos.

Las **computadoras de escritorio** son aquellas que se colocan sobre una mesa o escritorio, ahora sí que como dice su nombre, ¿vea? Son más grandes y pesadas que las laptops, y tienen un diseño más complejo. La mayoría de las personas usan un teclado y un mouse con ellas en lugar de la pantalla táctil de algunas laptops. Las computadoras de escritorio también están diseñadas para ser utilizadas con monitores externos para que puedas chambear con 2 o más monitores a la vez.



### Ordenador portátil

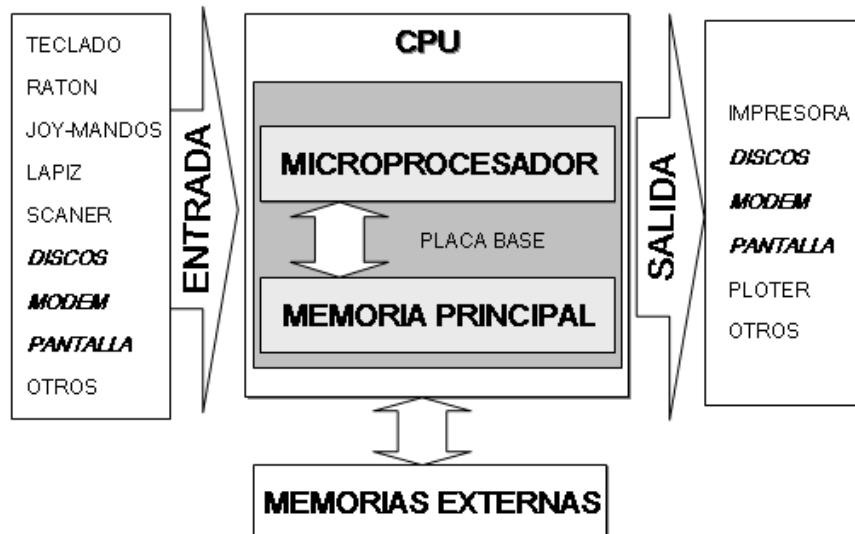
Un ordenador portátil es un ordenador personal que puede ser fácilmente transportado y utilizado en gran variedad de sitios. La mayoría de los portátiles están diseñados para tener toda

la funcionalidad de un ordenador de sobremesa, lo que significa que generalmente pueden ejecutar el mismo software y abrir los mismos tipos de archivos. Sin embargo, en comparación los portátiles tienden a ser más caros que los ordenadores de sobremesa.



### 3.3.CPU (Central Process Unit)

Conjunto de elementos en los cuales **se llevan a cabo los cálculos** requeridos sobre los datos que llegan a través de los dispositivos de entrada.

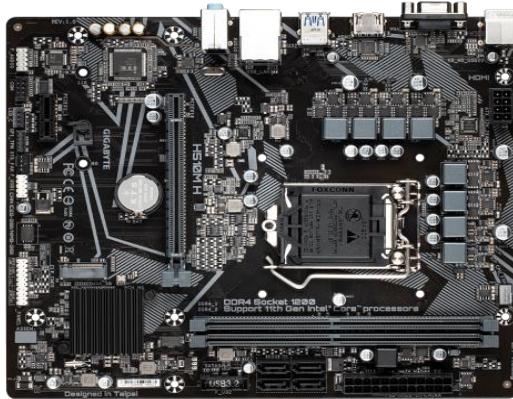


#### Partes de una CPU

- **Microprocesador:** Es un dispositivo que realiza las funciones de la CPU en un único circuito integrado. Se pone en marcha cuando inicias tu ordenador y se encarga de activar el sistema operativo y los programas correspondientes. También realiza operaciones de diversa índole.

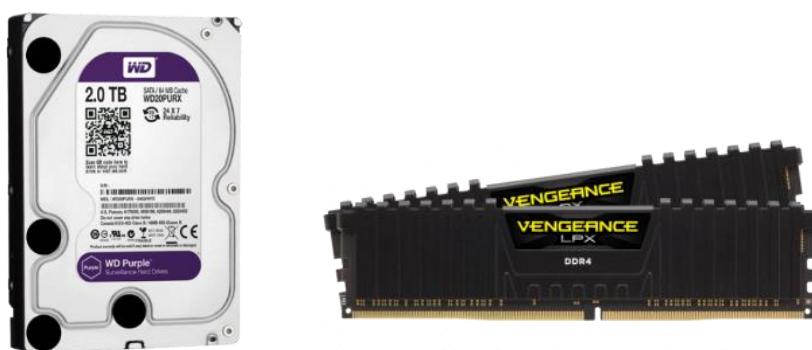


- **Placa base:** A nivel general, una placa base es responsable de que todos los sistemas funcionen correctamente. Se responsabiliza de la interconexión entre todos los componentes de un aparato electrónico. Por este motivo no es difícil también ver placas base en un teléfono móvil como en cualquier ordenador, de sobremesa o portátil.



**Memorias (RAM y ROM):** La RAM es una memoria volátil, lo que significa que la información que se almacena temporalmente en el módulo se borra cuando usted reinicia o apaga su ordenador. Dado que la información se almacena eléctricamente en transistores, cuando no hay corriente eléctrica, la información desaparece. Cada vez que solicita un archivo o algo de información, esto se obtiene del disco de almacenamiento del ordenador o de Internet. Los datos se almacenan en la RAM, de modo que la información esté disponible al instante cuando cambie de una página a otra o de un programa a otro. Siempre que se apaga el ordenador, la memoria se borra hasta que el proceso comience de nuevo. Los usuarios pueden cambiar, actualizar o expandir fácilmente la memoria volátil.

La ROM es memoria no volátil, lo que significa que la información se almacena permanentemente en un chip. Esta memoria no depende de una corriente eléctrica para almacenar datos. En cambio, los datos se escriben en celdas individuales usando código binario. La memoria no volátil se usa para las partes del ordenador que no cambian, como la porción de arranque inicial del software o las instrucciones de firmware que hacen funcionar su impresora. Apagar el ordenador no afecta a la ROM de ninguna manera. Los usuarios no pueden cambiar la memoria no volátil.



- **Placa de audio:** Una tarjeta de sonido o placa de audio es una tarjeta de expansión para computadoras que permite la salida de audio controlada por un programa informático llamado controlador (driver).



- **Placa de video:** La tarjeta gráfica es uno de los componentes más importantes de cualquier ordenador moderno. Es responsable de procesar y renderizar todo lo que vemos en la pantalla, desde el escritorio de Windows hasta los juegos y las películas en alta definición.



- **Fuente de alimentación:** Una fuente de alimentación es un componente esencial de cualquier dispositivo electrónico ya que es ella quien se encarga de darle vida. En cualquier equipo, por pequeño que sea, siempre hay una fuente de alimentación, aunque no la veamos. Desde smartphones, hasta televisores y ordenadores, todos tienen un componente que se encarga de hacer lo que una fuente de alimentación hace, que es **gestionar la entrada de energía desde la red y adaptarla para darle energía al equipo**. Una fuente de alimentación, por lo tanto, es un dispositivo que se encarga de proporcionar la corriente justa y necesaria a un equipo electrónico.



## EJERCICIOS

3-Define las ventajas e inconvenientes de un ordenador de mesa frente a un portátil.

4-Explica para que se utiliza la memoria RAM en un ordenador.

5-¿Qué es la CPU de un ordenador y para que sirve?

6-¿Puede funcionar un dispositivo digital sin fuente de alimentación? ¿Por qué?

### 3.4. Periféricos de entrada

Elementos que hacen llegar la información a la CPU.



**-TECLADO:** Es un dispositivo, en parte inspirado en el teclado de las máquinas de escribir, que utiliza un sistema de puntadas o márgenes, para que actúen como palancas mecánicas o interruptores electrónicos que envían toda la información a la computadora o al teléfono móvil.

**-RATÓN:** El mouse es un dispositivo diseñado para manipular objetos en la pantalla de la computadora y ayudar al usuario, a interactuar con la computadora. El funcionamiento de estos ratones es sencillo: una bola alojada en la base gira sobre sí misma al desplazarse por la superficie y activa los rodillos que reconocen la dirección del movimiento y mueven el cursor en la pantalla.

**-ESCANER:** Es un aparato electrónico, que explora o permite "escanear" o "digitalizar" imágenes o documentos, y lo traduce en señales eléctricas para su procesamiento y salida o almacenamiento.

**-MICRÓFONO:** Es un dispositivo que se encarga de captar el audio para grabar sonidos o comunicarse con otras personas.

**-WEBCAM:** Una webcam es una cámara digital que, una vez conectada a un ordenador, permite capturar e imágenes y transmitirlas a través de Internet. Esto puede hacerse de forma privada a través de dos o más equipos o de una página web de forma pública.

**-JOYSTICK:** El joystick es un dispositivo auxiliar para aplicaciones que proporcionan alternativas al uso del teclado y el mouse. Proporciona información posicional dentro de un sistema de coordenadas que tiene valores máximos y mínimos absolutos en cada eje de movimiento.

### 3.5. Periféricos de salida

Elementos que presentan los resultados de la CPU.



-PANTALLA: Es un dispositivo que nos permite visualizar mediante una interfaz tanto la información introducida por el usuario como la devuelta tras ser procesada por el ordenador. Principalmente encontramos tres tipos de paneles LCD: IPS, VA, y TN.

-IMPRESORA: Es un periférico utilizado para imprimir información, resultado del procesamiento de datos. Como el nombre lo indica es el periférico que lleva la información desde la computadora al papel. La impresión es realizada a través de un cabezal de impresión, que posee una matriz de agujas. Tipos:

Láser: Imprime con tecnología Láser (usa Cartuchos de Toner)

Inkjet: Imprime con tecnología de Inyección de Tinta (usa Cartuchos de Tinta)

Monofuncional: Solo Imprime.

Multifuncional: Imprime, Escanea y Fotocopia.

Monocromática: Imprime solo en Negro.

-ALTAVOCES: Son los dispositivos que le dan salida de audio al computador, gracias a ellos puedes escuchar el sonido de la música o video que estés reproduciendo.

### EJERCICIOS

7-Explica las diferencias entre los dispositivos de entrada y los dispositivos de salida en un ordenador.

8-Define los tipos de dispositivos de entrada de un ordenador.

### 3.6. Periféricos de almacenamiento

Sirven para almacenar la información como datos o programas.



-DISCO DURO: Es un dispositivo de almacenamiento de datos no volátil que emplea un sistema de grabación magnética para almacenar datos digitales de forma rápida y segura. También se le conoce como Hard Disk Drive o por su acrónimo HDD.

-DVD: (Digital Versatile Disc) es un formato de almacenamiento multimedia en disco óptico que puede ser usado para guardar datos, incluyendo películas con alta calidad de video y sonido.

-CD: El disco compacto es un disco óptico que se usa para almacenar datos en formato digital, ya sean imágenes, videos, audio, documentos, como otros datos. El CD puede almacenar hasta 80 minutos de audio, o lo que es igual, 700 MB de datos. Sus dimensiones son: un diámetro de 12 centímetros y un espesor de 1,2 milímetros.

-PENDRIVE: Una unidad USB, también denominada unidad Flash, lápiz o pincho de memoria, es un pequeño dispositivo portátil que se inserta en el puerto USB del ordenador. Normalmente, las unidades USB se utilizan para almacenamiento, copia de seguridad de datos y transferencia de archivos entre dispositivos.

-DISCO DURO PORTATIL: Un disco duro portátil permite una programación automática para respaldo de archivos, permitiendo archivar datos rápido y fácilmente.

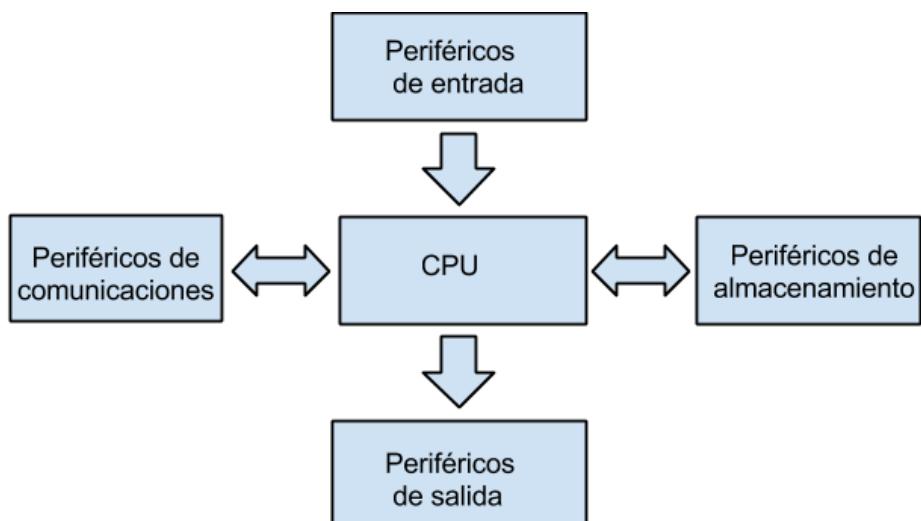
### 3.7. Periféricos de comunicación

#### Tarjeta de red



La tarjeta de red se encarga de la preparación, la transferencia y el control de los datos que se reciben y envían desde el ordenador a Internet o a otros equipos que comparten la misma red. Puede ser de diferentes tipos: cableada, WiFi o Bluetooth.

### 4. Esquema general de un ordenador



Las unidades funcionales del ordenador y los periféricos se comunican por los buses serie (COM, USB...) y paralelo (LPT1, LPT2). Un bus es un medio compartido de comunicación constituido por un conjunto de líneas (conductores) que conecta las diferentes unidades de un computador. La principal función de un bus será, pues, servir de soporte para la realización de transferencias de información entre dichas unidades.

La conexión de éstos al bus del sistema se puede hacer directamente o a través de unos circuitos denominados interfaces.

## EJERCICIOS

9-Define los cuatro dispositivos de almacenamiento más utilizados y cuando utilizarías cada uno de ellos.

10-¿Es necesaria la tarjeta de sonido para que un ordenador funcione?

11-Explica como se comunican las unidades funcionales de un ordenador con sus periféricos.

## 5.Sistema operativo. Tipos de Software.

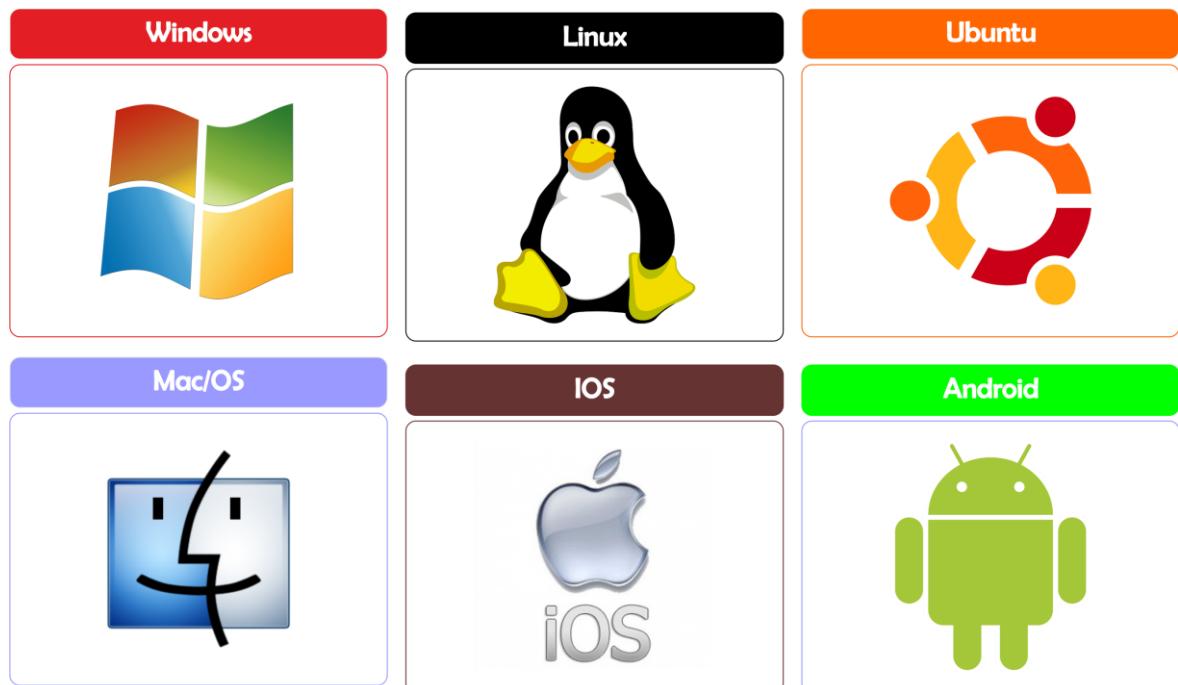
Un **sistema operativo (SO)** es el conjunto de programas de un sistema informático que gestiona los recursos del hardware y provee servicios a los programas de aplicación de *software*. Estos programas se ejecutan en modo privilegiado respecto de los restantes.

Las funciones principales de un sistema operativo son las siguientes:

- **Gestionar la memoria de acceso aleatorio y ejecutar las aplicaciones, designando los recursos necesarios**: El sistema operativo es responsable de administrar eficientemente la memoria RAM y asignar los recursos necesarios a las aplicaciones en ejecución. Además de asignar memoria, también gestiona la liberación de memoria cuando una aplicación ya no la necesita.
- **Administrar la CPU gracias a un algoritmo de programación**: El sistema operativo coordina el uso de la CPU entre las diferentes tareas y procesos que se ejecutan en el sistema. Utiliza algoritmos de programación para determinar el orden y la prioridad de ejecución de los procesos, asegurando un uso equitativo de los recursos de la CPU.
- **Gestionar las entradas y salidas de datos a través de los periféricos**: Además de direccionar las entradas y salidas de datos, el sistema operativo proporciona controladores (drivers) para interactuar con los periféricos de entrada y salida, como teclados, mouse, impresoras, discos duros externos, entre otros. Estos controladores permiten que los dispositivos se comuniquen correctamente con el sistema operativo y las aplicaciones.
- **Administrar la información para el buen funcionamiento del sistema**: El sistema operativo gestiona información esencial para el funcionamiento del sistema, como la tabla de procesos, la tabla de archivos abiertos y otros datos relevantes. Además, realiza tareas de monitoreo y gestión del rendimiento para asegurar un funcionamiento óptimo del sistema.
- **Dirigir las autorizaciones de uso para los usuarios**: El sistema operativo proporciona un mecanismo de autenticación y autorización para garantizar que los usuarios accedan solo a los recursos y funciones para los cuales tienen permisos. Esto incluye la gestión de cuentas de usuario, contraseñas y asignación de privilegios.

- **Administrar los archivos:** El sistema operativo maneja las operaciones relacionadas con la gestión de archivos, como la creación, modificación, eliminación y acceso a los archivos en el sistema de almacenamiento. Esto implica la organización de los archivos en directorios o carpetas, el control de acceso a los archivos y la implementación de mecanismos de seguridad para proteger la integridad y la confidencialidad de la información.

Algunos ejemplos de sistemas operativos son:



### 5.1. Tipos de software:

- **Software de sistema.** Programas que dan al usuario la capacidad de relacionarse con el sistema, para ejercer control sobre el hardware.
- **Software de programación.** Programas diseñados como herramientas que le permiten a un programador desarrollar programas informáticos.



Son herramientas que nos permiten desarrollar el diseño de nuevos programas informáticos, a través de diversos tipos de lenguajes de programación. Estos softwares cuentan con todo lo necesario para hacer funcionar diferentes tipos de aplicaciones informáticas en varios formatos.

Se usan para crear programas: editores de código, compiladores...



- **Software de aplicación.** Programas para realizar todo tipo de tareas, ya sean laborales, de entretenimiento, de diseño gráfico, para navegar por internet, etc. Algunos de los millones de programas que existen son Word, Excel, Google Chrome o Adobe Photoshop.
- 

Ejemplos de :Aplicaciones, programas y herramientas que utilizamos activamente.



## EJERCICIOS

13-¿Qué es el sistema operativo de un ordenador y cual es su función?Enumera algunos de los más utilizados actualmente.

14-Explica en que consiste un software de aplicación.

15-Enumera las aplicaciones que utilizas de forma habitual, dibujando su icono y explicando para que sirven.

## 6.Otros dispositivos digitales:

Smartphone: Es un teléfono móvil o celular que funciona con un sistema operativo móvil (OS) y funciona como una mini computadora. Los smartphones también funcionan como reproductores multimedia portátiles, cámaras digitales, videocámaras y dispositivos de navegación GPS.



**Tablet:** Es una computadora con forma de tabla, sin teclado y con una gran pantalla sensible al tacto, la cual se utiliza con los dedos o una pluma especial sin necesidad de conectarle un teclado y ratón; estos últimos son remplazados por un teclado virtual, aunque los nuevos modelos ya cuentan con un teclado físico.



**Servidor:** Es un sistema que proporciona recursos, datos, servicios o programas a otros ordenadores, conocidos como clientes, a través de una red. En teoría, se consideran servidores aquellos ordenadores que comparten recursos con máquinas cliente.



**Smart Watch o reloj inteligente:** Estos dispositivos pueden incluir características como un acelerómetro, giroscopio, brújula, pulsómetro, barómetro, altímetro, geomagnetómetro, geolocalizador (GPS), altavoz, micrófono, ranura para tarjeta de memoria externa etc.



## 7.Seguridad en la red

La seguridad de red es cualquier actividad diseñada para proteger el acceso, el uso y la integridad de la red y los datos corporativos. Incluye tecnologías de hardware y software. Está orientada a diversas amenazas. Evita que ingresen o se propaguen por la red.

**7.1.Amenazas y ataques:** Los principales ataques que puede sufrir nuestros dispositivos digitales son:

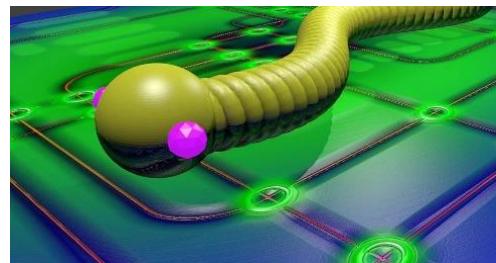
- **Virus Informático:** Quién no haya escuchado de ellos, ha vivido en una caverna aislado del mundo. Para los usuarios comunes de Internet, los virus informáticos son una de las amenazas de seguridad más comunes del mundo digital. Aproximadamente un tercio (33%) de las computadoras del mundo han sido afectadas por software malicioso de una forma u otra. Los países más afectados son: China (56%), Corea del Sur (51%), Taiwán (44%) y Turquía (43%). Los países menos afectados son: Reino Unido, Noruega, Suiza y Suecia, todos los cuales tienen un promedio de aproximadamente 22% de incidencia de virus informáticos. Aún así, incluso los estados menos afectados tienen 1 de cada 5 computadoras infectadas en promedio.



- **Software de seguridad no autorizado:** Aprovechando el miedo a los virus informáticos, los estafadores han encontrado una nueva forma de cometer fraude en Internet. El software de seguridad Rogue es un software malicioso que engaña a los usuarios para que crean que hay un virus informático instalado en su computadora o que sus medidas de seguridad no están actualizadas. Luego ofrecen instalar o actualizar la configuración de seguridad de los usuarios. Le pedirán que descargue su programa para eliminar los presuntos virus o que pague por una herramienta. Ambos casos conducen a la instalación de malware real en su computadora. Es decir usted acabará instalando aquello que pretendía eliminar.
- **Los Caballos de Troya:** Es un código malicioso de ataque o software que engaña a los usuarios para que lo ejecuten voluntariamente, **escondiéndose detrás de un programa legítimo**. Se propagan a menudo por correo electrónico; puede aparecer como un correo electrónico de alguien que usted conoce, y cuando hace clic en el correo electrónico y el archivo adjunto incluido, inmediatamente ha descargado malware a su computadora. Los troyanos también se propagan cuando haces clic en un anuncio falso. Una vez dentro de su computadora, un caballo de Troya puede grabar sus contraseñas registrando pulsaciones de teclas, secuestrando su cámara web y robando cualquier información confidencial.



- **Adware y Spyware:** Por «adware» consideramos cualquier software que esté diseñado para rastrear datos de sus hábitos de navegación y, en base a eso, mostrarle anuncios y ventanas emergentes. El adware recopila datos con su consentimiento, e incluso es una fuente legítima de ingresos para las empresas que permiten a los usuarios probar su software de forma gratuita, pero con anuncios que se muestran mientras usan el software. El spyware funciona de manera similar al adware, pero se instala en su computadora sin su conocimiento. Puede contener keyloggers que registran información personal, incluidas direcciones de correo electrónico, contraseñas e incluso números de tarjetas de crédito, por lo que es peligroso debido al alto riesgo de robo de identidad.
- **Gusano informático:** Son piezas de programas de malware que se replican rápidamente y se propagan de una computadora a otra. Un gusano se propaga desde una computadora infectada enviándose a todos los contactos de la computadora, luego inmediatamente a los contactos de las otras computadoras. Un gusano se propaga desde una computadora infectada enviándose a todos los contactos de la computadora, luego inmediatamente a los contactos de las otras computadoras.



- **Phishing:** Es un método de ingeniería social con el objetivo de obtener datos confidenciales como contraseñas, nombres de usuario, números de tarjetas de crédito. Los ataques a menudo vienen en forma de mensajes instantáneos o correos electrónicos de phishing diseñados para parecer legítimos. Luego se engaña al destinatario del correo electrónico para que abra un enlace malicioso, lo que conduce a la instalación de malware en la computadora del destinatario. También puede obtener información personal enviando un correo electrónico que parece haber sido enviado desde un banco, solicitando verificar su identidad al entregar su información privada.

## 7.2. Medidas de prevención frente a ataques informáticos:

- Estar alerta del tráfico anormal.
- Identificar los códigos maliciosos.
- Reconocer las conexiones sospechosas.
- Supervisar la alteración de las aplicaciones.
- Vigilar la transferencia de datos.
- Mantener el sistema actualizado.
- No entrar en páginas que el sistema avisa de seguridad baja.

## 8.Ciberacoso:



Es un comportamiento que se repite y que busca atemorizar, enfadar o humillar a otras personas. Por ejemplo: Difundir mentiras o publicar fotografías o videos vergonzosos de alguien en las redes sociales. Enviar mensajes, imágenes o videos hirientes, abusivos o amenazantes a través de plataformas de mensajería. Hacerse pasar por otra persona y enviar mensajes agresivos en nombre de dicha persona o a través de cuentas falsas.

La mejor forma de detenerlo es:

-Decírselo a alguien.

.Conservar todas las pruebas, no borrar ninguna.

-No sucumbir a la manipulación.

-Más información para los adolescentes.

-Entender el alcance que puede llegar a tener(El índice de suicidios por ciberacoso se ha disparado en los últimos años)

-Reconocer los signos: la persona acosada empieza a cambiar los patrones de conducta y comportamiento.

-Proteger los datos, limitar las fotos, videos y datos que se suben a internet.

-Estar todos juntos en esto, el acosado no suele hablar y es importante que el entorno esté atento e informe ante cualquier síntoma de acoso, por pequeño que éste parezca.

## EJERCICIOS

16-¿Crees que el ciberacoso es un problema importante actualmente? Explica tu opinión acerca de ello.

17-¿Qué harías ante un ciberacoso?

18-Enumera los principales ataques a los que está expuesto tu ordenador.

