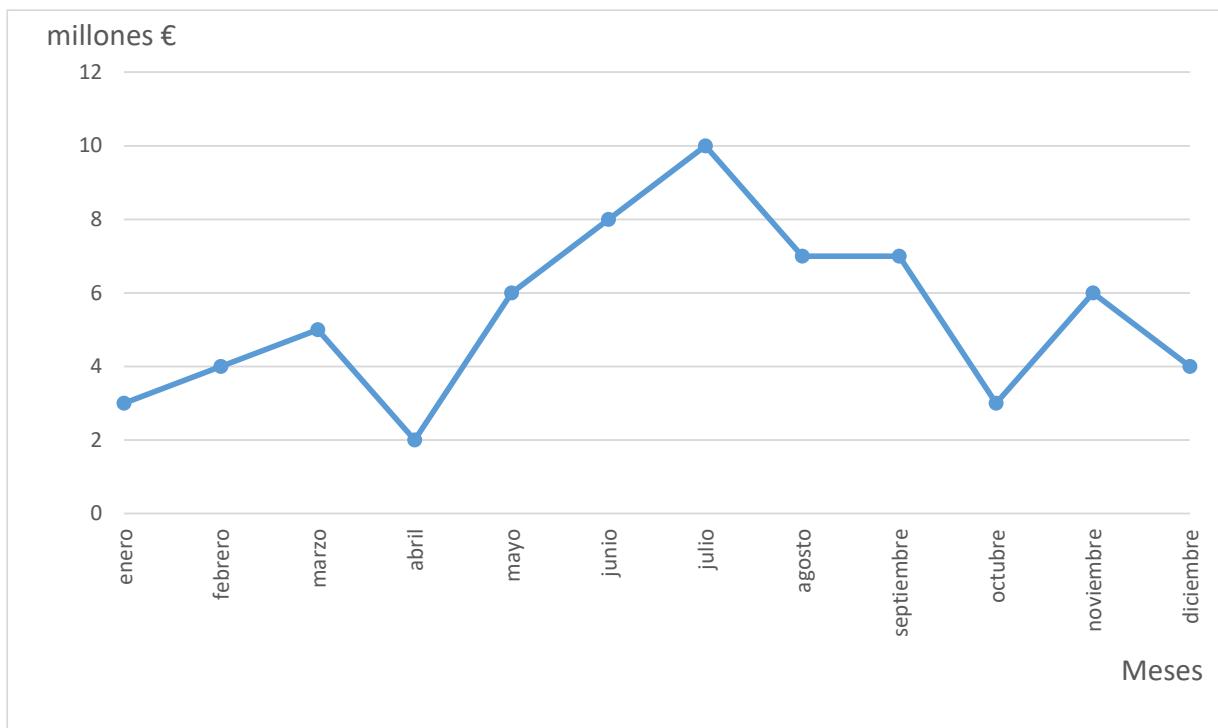


TEMA 1. EJERCICIOS RESUELTOS FUNCIONES. FUNCIÓN LINEAL. FUNCIÓN CUADRÁTICA.

EJERCICIO RESUELTO. INTERPRETACIÓN DE GRÁFICAS.

Observa la gráfica y contesta a las preguntas relacionadas con la función que representa los ingresos de una empresa en cada uno de los meses del año 2017.



- ¿Cuántos ingresos tuvo la empresa en el mes de junio? 8 millones €
- ¿En qué meses consiguió 6 millones € de ingresos? En mayo y noviembre
- ¿Cuál es el **dominio** de la función? Los meses desde enero a diciembre.
- ¿Cuál es el **recorrido** de la función? De 2 a 10 millones €
- ¿Es una función **continua**? Si
- ¿Cuáles son los rangos de X para los que la función es **creciente**? De enero a marzo. De abril a julio. De octubre a noviembre.
- ¿Cuáles son los rangos de X para los que la función es **decreciente**? De marzo a abril. De julio a agosto. De septiembre a octubre. De noviembre a diciembre.
- ¿Cuáles son los rangos de X para los que la función es **constante**? De agosto a septiembre
- ¿Cuál es el **máximo absoluto y relativos** de la función?
Máximo absoluto: julio, 10 millones€
Máximos relativos: marzo, 5 millones€, noviembre, 6 millones€
- ¿Cuál es el **mínimo absoluto y relativos** de la función?
Mínimo absoluto: abril, 2 millones€
Mínimo relativo: octubre, 3 millones€

EJERCICIO RESUELTO. AVERIGUAR SI UN PUNTO PERTENECE A UNA RECTA.

Determinar si la recta $Y = 2X + 1$ pasa por los siguientes puntos:

$$A(2, 5) \quad B(1, -3) \quad C(0, -1) \quad D(5, 11)$$

Para resolver este tipo de ejercicio hay que sustituir en la ecuación el valor de la coordenada x de cada punto (ejemplo: A (2,5), $x=2$) y determinar el valor de la función (y):

- A (2,5): $x=2$; $y=2*(2)+1=4+1=5$. Comprobamos que el valor resultante de la función es $y=5$ y coincide con el valor de la coordenada y del punto A. En este caso el punto A pertenece a la recta.
- B(1,-3): $x=1$; $y=2*(1)+1=2+1=3$. Comprobamos que el valor resultante de la función es $y=3$ y no coincide con el valor de la coordenada y del punto B. En este caso el punto B no pertenece a la recta.

Procederíamos de forma similar con cada uno de los puntos propuestos.

EJERCICIO RESUELTO. OBTENER LA ECUACIÓN DE UNA RECTA DADOS DOS PUNTOS.

Determina la ecuación de la recta que pasa por los puntos A (1, -3) y B (-2, 15).

En estos ejercicios partiremos de la formulación general de la ecuación de la recta que es una función lineal $y=m*x+n$, donde m y n son los coeficientes de la función.

El coeficiente m es la pendiente de la recta y para obtener su valor utilizaremos los datos proporcionados que son las coordenadas de los puntos A y B.

Las coordenadas de los puntos A y B:

- A (1, -3): $x_A=1$, $y_A=-3$.
- B(-2,15): $x_B=-2$, $y_B=15$.

La expresión para el cálculo de la pendiente:

$$m = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B}$$

Sustituimos los valores de las coordenadas en la expresión de la pendiente y obtenemos su valor m :

$$m = \frac{15 - (-3)}{(-2) - 1} = \frac{15 + 3}{-2 - 1} = \frac{18}{-3} = -6$$

Hemos obtenido el valor de la pendiente $m=-6$.

Ya sabemos que la ecuación de la recta será $y=m*x+n$, como $m=-6$ entonces:

$$y = -6 * x + n$$

Nos falta obtener el valor de n para completar la ecuación de la recta. Para ello, en la expresión anterior sustituiremos las coordenadas de uno de los puntos proporcionados (A ó B) y obtendremos el valor de n :

- Si tomamos el punto A, cuyas coordenadas son $x=1$ e $y=-3$:

$$\begin{aligned}
 -3 &= -6 * 1 + n \\
 -3 &= -6 + n \\
 n &= -6 + 3 = -3
 \end{aligned}$$

Hemos obtenido el valor $n=-3$, luego la ecuación de la recta será:

$$y = -6 * x - 3$$

EJERCICIO RESUELTO. ANÁLISIS DE FUNCIONES LINEALES.

6. Analiza analíticamente y gráficamente la función $Y = -2 \bullet X + 3$, calculando los siguientes apartados:

- 1º. Tipo de función.
- 2º. Coeficientes.
- 3º. Tabla de valores (utiliza los siguientes valores de la $X = 2, 1, 0, -1, -2$).
- 4º. Representación gráfica de la función en un sistema de ejes cartesianos.
- 5º. Tipo de gráfica.
- 6º. Punto de corte con el eje X (obteniendo el valor de la gráfica, y calculándolo matemáticamente).
- 7º. Punto de corte con el eje Y (obteniendo el valor de la gráfica, y calculándolo matemáticamente).
- 8º. Cuadrantes por los que pasa la gráfica.

A continuación resolvemos cada uno de los apartados:

1º. Tipo de función.

Se trata de una función lineal.

2º. Coeficientes:

- Valor de la pendiente $m=-2$.
- Ordenada en el origen: $n=3$.

3º. Tabla de valores.

Obtenemos para cada valor de X el valor de la función Y:

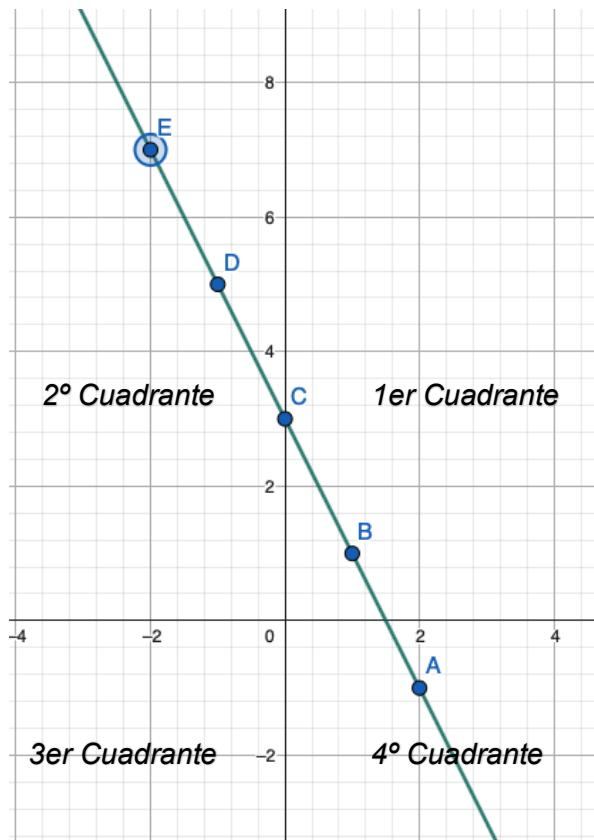
- Ejemplo: $X=2, Y=-2*2+3=-4+3=-1$
- Obtenemos el resto de valores y los ordenamos en una tabla:

	A	B	C	D	E
X	2	1	0	-1	-2
Y	-1	1	3	5	7

4º. Representación gráfica de la función:

Cada par de coordenadas X e Y obtenidas, dan lugar a un punto. Representamos cada punto en un sistema de ejes cartesianos.

Obtenemos una gráfica que corresponde a una línea recta.



5º. Tipo de gráfica.

Se trata de una línea recta.

6º. Punto de corte con el eje X:

- Obtenido mediante la gráfica:

Si observamos la gráfica, el punto de corte con el eje X aproximadamente es el punto (1,5; 0).

- Matemáticamente:

El punto de corte con el eje X tiene la característica de que su ordenada (valor de Y) es 0.

Sustituimos el valor de Y en la ecuación de la recta y obtenemos el valor de X:

$$\begin{aligned}
 0 &= -2 * x + 3 \\
 2 * x &= 3 \\
 x &= \frac{3}{2} = 1,5
 \end{aligned}$$

El punto de corte con el eje X tiene las coordenadas: (1,5;0).

7º. Punto de corte con el eje Y:

- Obtenido mediante la gráfica:

Observamos la gráfica y el punto de corte con el eje Y parece el punto (0,3).

- Matemáticamente:

El punto de corte con el eje Y tiene la característica de que su abscisa (valor de X) es 0.

Sustituimos el valor de X en la ecuación de la recta y obtenemos:

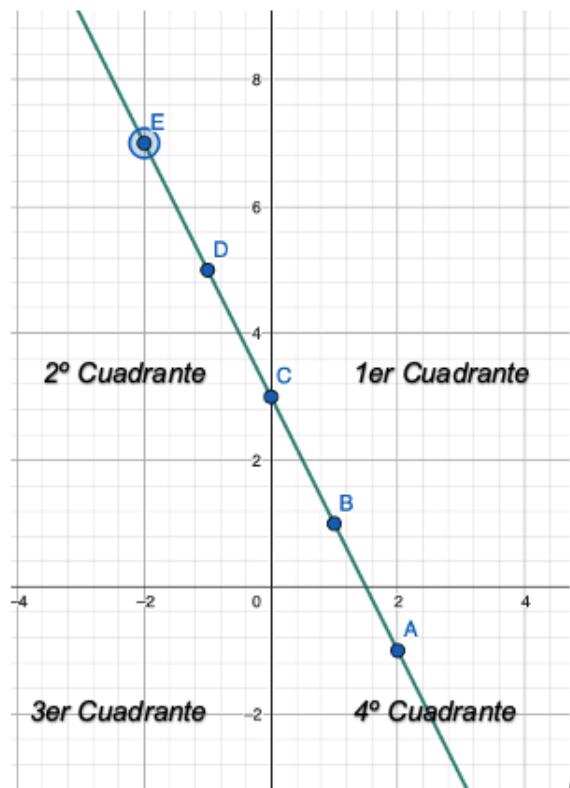
$$y = -2 * 0 + 3$$
$$y = 3$$

Vemos que coincide con el valor del coeficiente n .

El punto de corte con el eje Y tiene las coordenadas: $(0, 3)$.

8º. Cuadrantes por los que pasa la gráfica.

El sistema de ejes cartesianos divide el plano en cuatro cuadrantes: 1º, 2º, 3º y 4º.



La gráfica de la función atraviesa los cuadrantes 1º, 2º y 4º.

EJERCICIO RESUELTO. ANÁLISIS DE FUNCIONES CUADRÁTICAS.

8. Analiza analíticamente y gráficamente la función cuadrática $Y = -X^2 + 4X - 3$ calculando los siguientes apartados:

- 1º. Coeficientes.
- 2º. Coordenadas del vértice.
- 3º. Tabla de valores (utiliza 3 valores por encima y 3 por debajo del valor de la X del vértice).
- 4º. Representación gráfica de la función en un sistema de ejes cartesianos.
- 5º. Eje de simetría.
- 6º. Tipo de gráfica.
- 7º. Puntos de corte con el eje X (obteniendo el valor de la gráfica, y calculándolo matemáticamente).
- 8º. Punto de corte con el eje Y .

A continuación resolvemos cada uno de los apartados:

1º. Coeficientes:

Los coeficientes de la función son: $Y=a*x^2+b*x+c$

- $a = -1$ (Determina la concavidad o convexidad de la gráfica).
- $b = 4$.
- $c = -3$ (Determina la ordenada en el origen o punto de corte de la gráfica con el eje OY).

2º. Coordenadas del vértice:

El vértice es el punto extremo de la gráfica de la función (máximo o mínimo) y calculamos sus coordenadas.

- $X_v = -\frac{b}{2*a}$; $X_v = -\frac{4}{2*(-1)} = 2$

- $Y_v = f(X_v)$; Obtenemos Y_v sustituyendo en la función la X por el valor obtenido de X_v :

$$Y_v = (-1)*2^2 + 4*2 + (-3) = 1$$

El resultado de las coordenadas del vértice es: (2, 1).

3º. Tabla de valores (utiliza 3 valores por encima y 3 por debajo del valor de X_v):

Construimos una tabla y asignamos valores a X (elegidos a voluntad), y completamos los valores de Y por sus correspondientes obtenidos sustituyendo los valores elegidos de X en la función:

Puntos	A	B	C	V	D	E	F
y	-63	-35	-3	1	-3	-15	-35
x	-6	-4	0	2	4	6	8

- $X = -6$; $Y = (-1)*(-6)^2 + 4*(-6) - 3 = -63$

(y así sucesivamente obtenemos el resto de valores de Y que ya han sido incluidos en la tabla).

4º. Representación gráfica de la función en un sistema de ejes cartesianos:

La gráfica queda representada al final del ejercicio.

5º. Eje de simetría:

El eje de simetría tiene la expresión $X = X_v$; luego $X = 2$. Podemos decir que la función presenta simetría par.

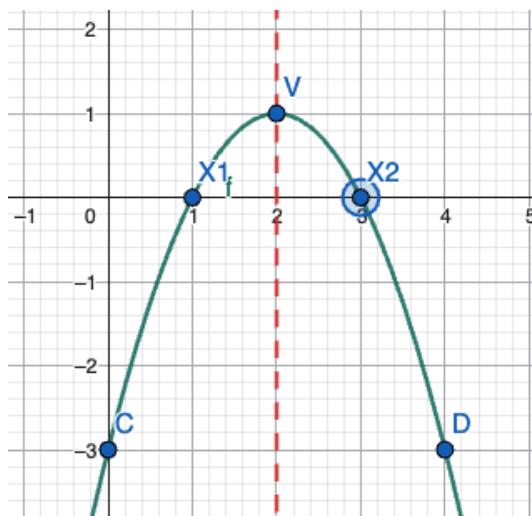
6º. Tipo de gráfica:

El tipo de gráfica correspondiente a una función cuadrática es una **parábola**.

7º. Puntos de corte con el eje X (obteniendo el valor de la gráfica, y calculándolo matemáticamente).

- Gráficamente:

Observando la gráfica vemos que ésta corta aparentemente al eje OX en dos puntos: (1,0) y (3,0).



- Matemáticamente:

El punto de corte con el eje OX lo determinamos igualando $Y=0$ y resolviendo la ecuación de 2º grado:

$$Y=0 \Leftrightarrow 0 = -X^2 + 4X - 3$$

Para resolver una ecuación de 2º grado utilizamos la expresión:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 * a * c}}{2 * a}$$

Sustituyendo los valores de los coeficientes tenemos:

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 * (-1) * (-3)}}{2 * (-1)}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 12}}{-2}$$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4}}{-2}$$

Obtenemos los resultados $X_1=1$ y $X_2=3$ y los puntos de corte con el eje OX son:

$$(1,0) (3,0)$$

8º. Punto de corte con el eje Y.

El punto de corte con el eje OY es el correspondiente a la ordenada en el origen, es decir, el valor de la función cuando $X=0$.

Este valor ya lo tenemos. Coincidirán con el coeficiente "c" que determinamos inicialmente y también lo hemos incluido en la tabla de valores que obtuvimos en el apartado correspondiente.

Entonces el punto de corte con el eje OY es (0,-3).

(Gráfica de la función)

