

Modulo 4 ACT. Parte n° 10.

Tema 1:

Funciones. Función lineal. Función cuadrática

ÍNDICE

1) INTRODUCCIÓN.

2) FORMAS DE UNA FUNCIÓN.

- 2.1. Tabla de datos.
- 2.2. Enunciado.
- 2.3. Gráfica.
- 2.4. Ecuación.

3) CARACTERÍSTICAS DE UNA FUNCIÓN.

- 3.1. Dominio y recorrido.
- 3.2. Continuidad.
- 3.3. Crecimiento (monotonía).
- 3.4. Máximos y mínimos (extremos).
- 3.5. Cortes con los ejes.
- 3.6. Concavidad.
- 3.7. Asíntotas.
- 3.8. Simetría.
- 3.9. Periodicidad.

4) FUNCIÓN LINEAL.

5) FUNCIÓN CUADRÁTICA.

6) OTROS TIPOS DE FUNCIONES

1) INTRODUCCIÓN.

Todos estamos acostumbrados a usar e interpretar diversos tipos de información en forma de datos numéricos. Por ejemplo, la evolución de las temperaturas a lo largo de un cierto periodo de tiempo, el precio pagado por determinada cantidad de un producto, la velocidad de un coche en distintos puntos de su recorrido, etc.

A veces, por la cantidad de datos de que se dispone, conviene organizarlos en forma de tablas o de gráficas, de modo que así resulta más fácil y rápido obtener cierta información que puede ser esencial.

2) FORMAS DE UNA FUNCIÓN.

Una función es una relación entre dos magnitudes, de tal manera que, a cada valor de la primera, le corresponde un único valor de la segunda, llamada imagen.

Una función puede venir dada de diferentes maneras: tabla de datos, enunciado, gráfica y/o ecuación.

2.1. Tabla de datos.

Una tabla es una representación de datos, mediante pares ordenados. Expresan la relación existente entre dos o más magnitudes o situaciones.

La siguiente tabla nos muestra la variación del precio de las patatas, según el número de kilogramos que compremos:

kg de patatas	1	2	3	4	5
Precio en €	2	4	6	8	10

Esta tabla nos indica el número de alumnos que consiguen una determinada nota en un examen:

Nota	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nº alumnos	1	1	2	3	6	11	12	7	4	2	1

2.2. Enunciado.

Otra forma de poder definir una función es a través de un enunciado, es decir, mediante un pequeño texto donde explica las características de la función.

Veamos los ejemplos anteriores:

MÓDULO 4 ACT

Parte nº 10: Estudio sistemático de las funciones polinómicas de primer y segundo grado. Estado gaseoso de la materia.

Tema 1: Funciones. Función lineal. Función cuadrática.

La semana pasada, paseando por una calle, vimos una frutería donde tenían un cartel que ponía que el precio de un kilo de patatas es de 2 €, de 2 kilos es de 4 €, y así sucesivamente. ¿Cuánto costará 5 kilos de patatas?

En la clase de Irene hicieron un examen de matemáticas. Ante la insistencia de los alumnos por saber la nota, el profesor optó por decir que un alumno había sacado un 0, un alumno había sacado un 1, dos alumnos habían sacado un 2, tres alumnos habían sacado un 3, etc. Dibuja la gráfica para poder sacar conclusiones.

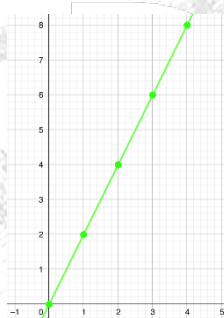
2.3. Gráfica.

Una gráfica es la representación de unos ejes de coordenadas de los pares ordenados de una tabla. Las gráficas describen relaciones entre dos variables. La variable que se representa en el eje horizontal se llama **variable independiente** o variable **X**. La que se representa en el eje vertical se llama **variable dependiente** o variable **Y**. Se dice que la variable **Y** está en función de la variable **X**.

Una vez realizada la gráfica podemos estudiarla, analizarla y extraer conclusiones. Para interpretar una gráfica, hemos de observarla de izquierda a derecha, analizando cómo varía la variable dependiente, **Y**, al aumentar la variable independiente, **X**.

Veámoslo con el ejemplo de los kilos de patatas y el precio en euros.

kg de patatas	1	2	3	4	5
Precio en €	2	4	6	8	10

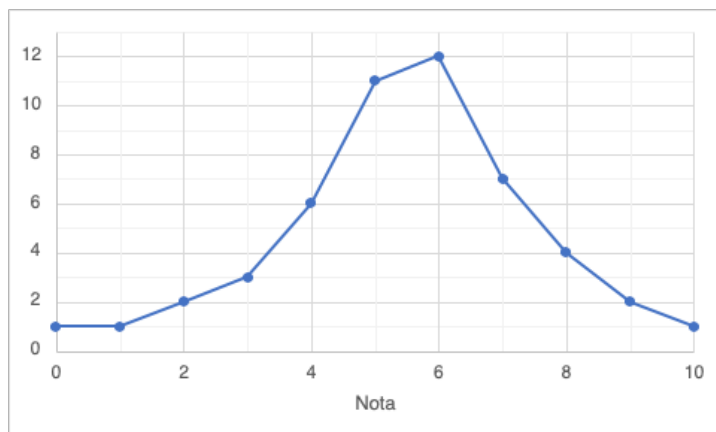


Veamos lo que ocurre al representar las notas de los alumnos de una clase:

Nota	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Nº alumnos	1	1	2	3	6	11	12	7	4	2	1

MÓDULO 4 ACT

Parte n° 10: Estudio sistemático de las funciones polinómicas de primer y segundo grado. Estado gaseoso de la materia.
Tema 1: Funciones. Función lineal. Función cuadrática.



2.4. Ecuación.

De esta manera, gracias al lenguaje algebraico, podemos ser capaces de “traducir” el texto en una ecuación matemática, o viceversa.

Veamos el ejemplo de los kilos de patatas y su precio. La variable independiente, x , serían los kilos de patatas, mientras que la variable dependiente, y , sería el precio que pagamos por ello. De esta forma, la ecuación que define esta función sería: $y = 2 \cdot x$.

3) CARACTERÍSTICAS DE UNA FUNCIÓN.

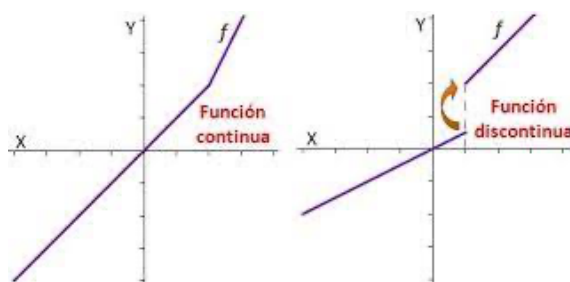
3.1. Dominio y recorrido.

El conjunto de valores que puede tomar la variable independiente X , se le llama **dominio** de la función $[D]$.

El conjunto de valores que puede tomar la variable dependiente Y , se le llama **recorrido** o rango de la función $[R]$.

3.2. Continuidad.

Una función es **continua** si su gráfica se puede dibujar de un solo trazo. En caso contrario la función es **discontinua**. Los puntos donde se producen las interrupciones o los saltos se llaman **puntos de discontinuidad**.



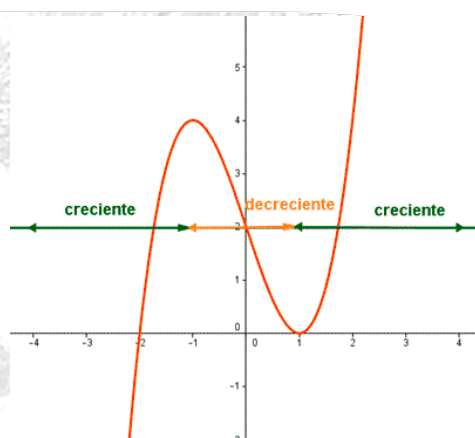
3.3. Crecimiento (monotonía).

Una función $Y = f(X)$ es **creciente** si al aumentar el valor de la variable independiente (X), también aumenta la variable dependiente (Y).

Una función $Y = f(X)$ es **decreciente** si al aumentar el valor de la variable independiente (X), disminuye la variable dependiente (Y).

Una función $Y = f(X)$ es **constante** si al variar la variable independiente (X) la variable dependiente (Y) no cambia.

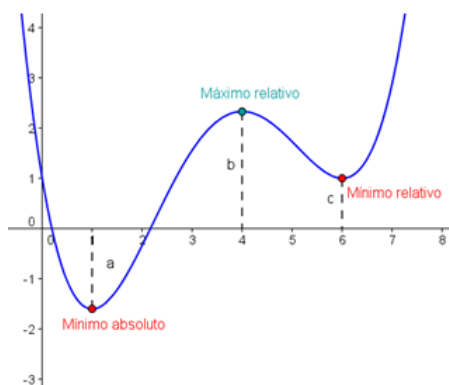
Una función puede tener a la vez partes crecientes, decrecientes y constantes.



3.4. Máximos y mínimos (extremos).

Una función se dice que tiene un **máximo relativo** en un punto (X_M, Y_M) si pasa de ser creciente a la izquierda del punto, a ser decreciente a la derecha del punto (siempre con valores próximos al punto). En caso de que la función no tome valores mayores que Y_M para ningún valor de las X, se dice que tiene un **máximo absoluto** en el punto (X_M, Y_M) .

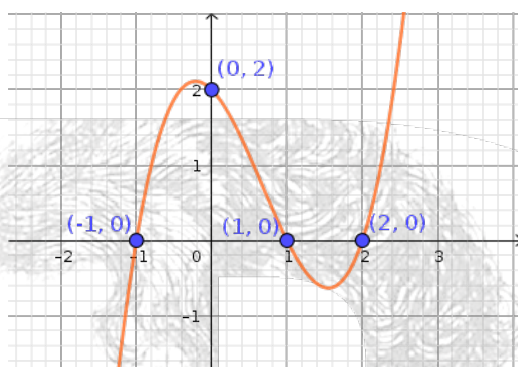
Una función se dice que tiene un **mínimo relativo** en un punto (X_m, Y_m) si pasa de ser decreciente a la izquierda del punto, a ser creciente a la derecha del punto (siempre con valores próximos al punto). En caso de que la función no tome valores menores que Y_m para ningún valor de las X, se dice que tiene un **mínimo absoluto** en el punto (X_m, Y_m) .



3.5. Cortes con los ejes.

Cortes con el eje X: son aquellos donde $y = 0$ ($x, 0$). Puede haber más de un punto de corte con el eje X.

Cortes con el eje Y: son aquellos donde $x = 0$ ($0, y$). Solo puede haber un punto de corte con el eje Y.

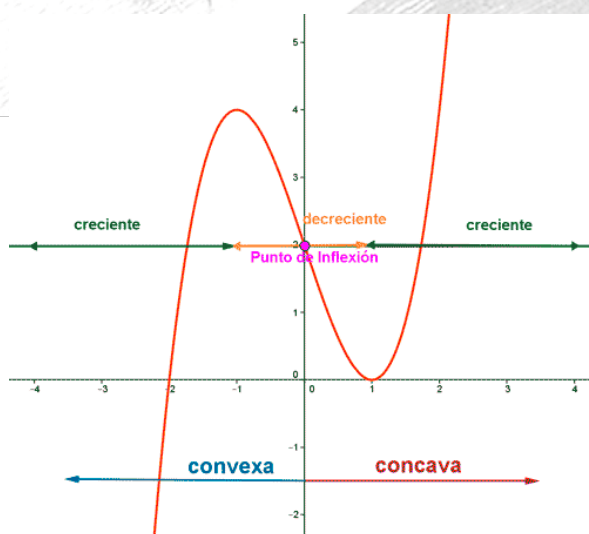


3.6. Concavidad.

Una función es **cóncava** en un determinado punto cuando al trazar una recta tangente a dicho punto, la gráfica queda por encima de la recta en las proximidades del punto.

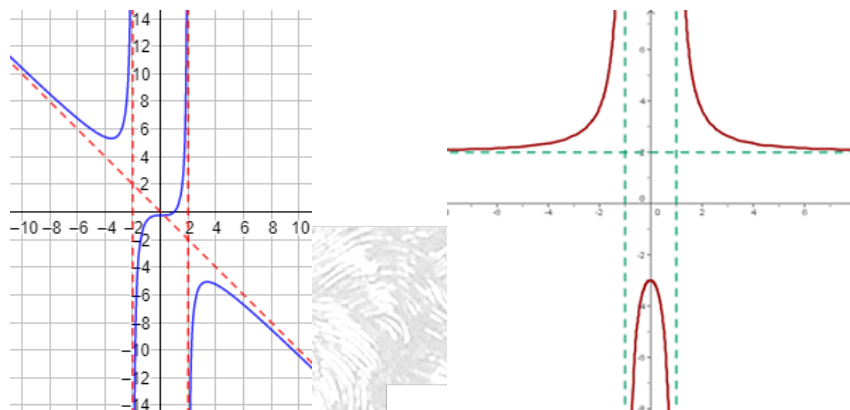
Una función es **convexa** en un determinado punto cuando al trazar una recta tangente a dicho punto, la gráfica queda por debajo de la recta en las proximidades del punto.

Una función puede ser cóncava en algún intervalo de su campo de definición y convexa en otros; los puntos de cambio de concavidad se denominan **puntos de inflexión**.



3.7. Asíntotas.

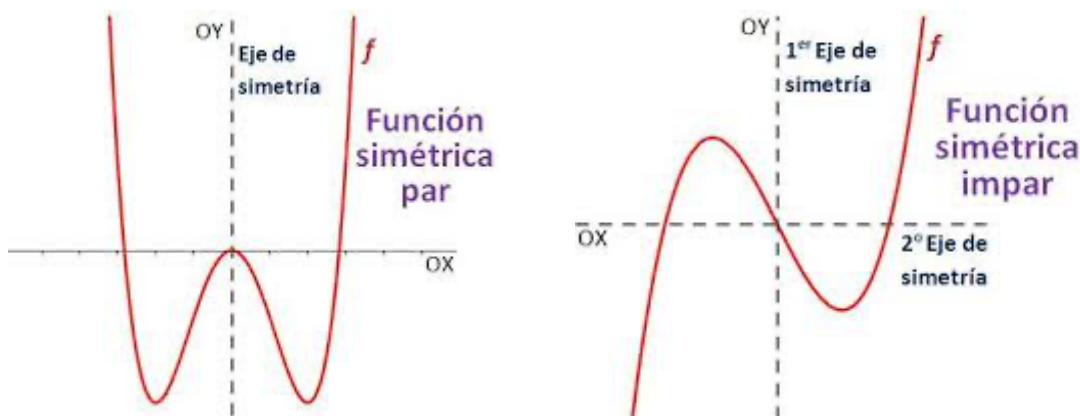
Son rectas a las que la gráfica de la función nunca llega a tocar, pese a que se aproxime mucho a ellas. Pueden ser **asíntotas horizontales, verticales u oblicuas**. Como con otras características, la gráfica de una función puede tener varias asíntotas de tipos diferentes.



3.8. Simetría.

Algunas gráficas de funciones se caracterizan por tener alguna parte cuya forma se repite, lo cual no significa que adopte los mismos valores de las **y** para diferentes valores de las **x**. Los tipos de simetría que puede presentar una gráfica son:

- Simetría respecto del eje OY. Los valores de la **y** se repiten a ambos lados de este eje, es decir, se cumple la condición: $f(x) = f(-x)$. A este tipo de función se la denomina **función par**. Algunas funciones tienen **simetría respecto de un eje vertical distinto al OY**, en cuyo caso los valores de las **y** se repiten a ambos lados de la abscisa, x_0 , por lo que pasa al eje, cumpliéndose ahora la condición $f(x_0 + x) = f(x_0 - x)$.
- Simetría respecto del origen de coordenadas. Los valores de la **y** a ambos lados del eje **OY** son los mismos, pero cambiados de signos (son opuestos), por lo que se cumple la condición $f(x) = -f(-x)$. A este tipo de función se la denomina **función impar**. Puede también haber funciones cuyo punto de simetría impar no sea el origen de coordenadas.



3.9. Periodicidad.

Esta propiedad de las gráficas se refiere a la repetición de los valores de las y al aumentar el valor de las x una determinada cantidad, llamada **período de la función**, que suele representarse como T . Por tanto, se cumple la condición $f(x + T) = f(x)$.



4) FUNCIÓN LINEAL.

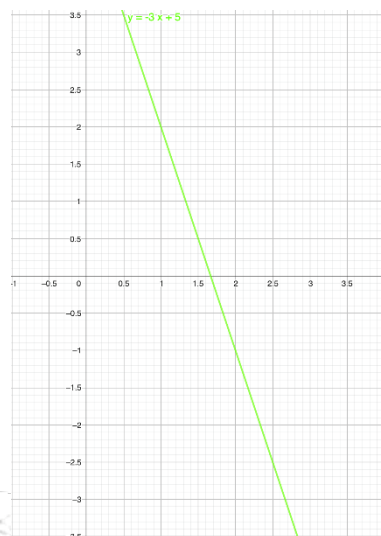
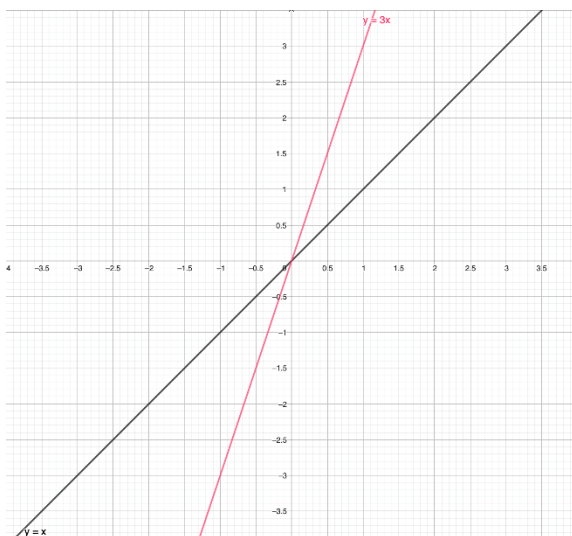
Una función lineal, o de primer grado, es de la forma $y = m \cdot x + n$, donde **m** es la **pendiente** y **n** la **ordenada en el origen**. Tiene las características siguientes:

- Dominio y recorrido: $D = (-\infty, +\infty) = \mathbb{R}$; $R = (-\infty, +\infty) = \mathbb{R}$.
- Continuidad: es continua en su dominio ($\mathbb{R}$).
- Monotonía:
 - Creciente si $x_1 < x_2$, $f(x_1) < f(x_2)$.
 - Decreciente si $x_1 < x_2$, $f(x_1) > f(x_2)$.
- Constante si $x_1 < x_2$, $f(x_1) = f(x_2)$. Caso particular: $y = n$, func. Constante.
- Corte con los ejes:
 - Eje $x \rightarrow y = 0 \rightarrow x = -n/m \rightarrow (-n/m, 0)$.
 - Eje $y \rightarrow x = 0 \rightarrow y = n \rightarrow (0, n)$
- Simetría: puede tener simetría impar si $f(x) = -f(-x)$. Caso particular: $y = mx$.

MÓDULO 4 ACT

Parte nº 10: Estudio sistemático de las funciones polinómicas de primer y segundo grado. Estado gaseoso de la materia.

Tema 1: Funciones. Función lineal. Función cuadrática.



5) FUNCIÓN CUADRÁTICA.

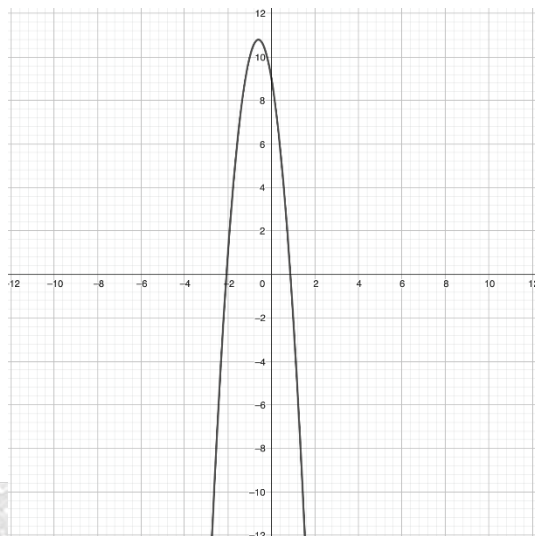
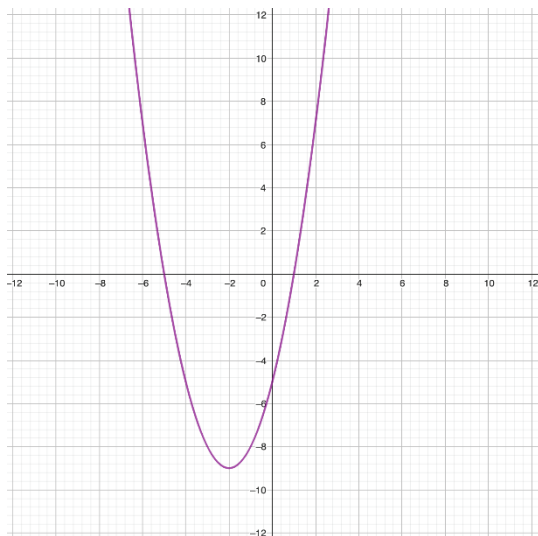
Una función cuadrática, o de segundo grado, es de la forma $y = ax^2 + bx + c$. Tiene las características siguientes:

- Vértice: $x_v = \frac{-b}{2a}$, $y = f\left(\frac{-b}{2a}\right) \rightarrow V = \left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$.
- Dominio y recorrido: $D = (-\infty, +\infty) = \mathbb{R}$. Si $a > 0$, $R = [y_v, +\infty)$ ó Si $a < 0$, $R = (-\infty, y_v]$.
- Continuidad: es continua en su dominio ($\mathbb{R}$).
- Monotonía:
 - Si $a > 0$, decreciente $(-\infty, x_v)$ y creciente $(x_v, +\infty)$.
 - Si $a < 0$, creciente $(-\infty, x_v)$ y decreciente $(x_v, +\infty)$.
- Extremos:
 - Si $a > 0 \rightarrow \text{Min abs en } x_v \rightarrow m = (x_v, y_v)$.
 - Si $a < 0 \rightarrow \text{Max abs en } x_v \rightarrow M = (x_v, y_v)$.
- Corte con los ejes:
 - Eje x $\rightarrow y = 0 \rightarrow ax^2 + bx + c = 0 \rightarrow (x_1, 0)(x_2, 0)$ (Como mucho dos puntos).
 - Eje y $\rightarrow x = 0 \rightarrow y = c \rightarrow (0, c)$.
- Concavidad:
 - Si $a > 0$, cóncava.
 - Si $a < 0$, convexa.
- Simetría: simetría par respecto a $x = x_v$.

MÓDULO 4 ACT

Parte n° 10: Estudio sistemático de las funciones polinómicas de primer y segundo grado. Estado gaseoso de la materia.
Tema 1: Funciones. Función lineal. Función cuadrática.

CGAB
CEPA Gustavo
Adolfo Bécquer

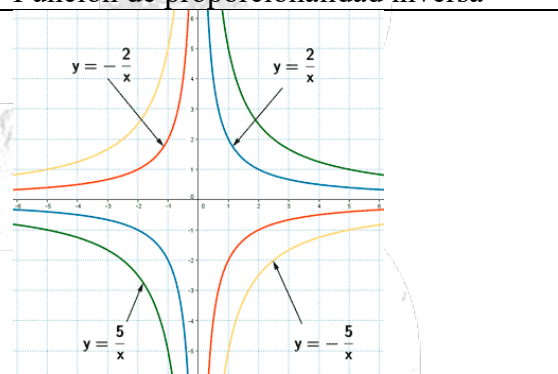


6) OTROS TIPO DE FUNCIONES.

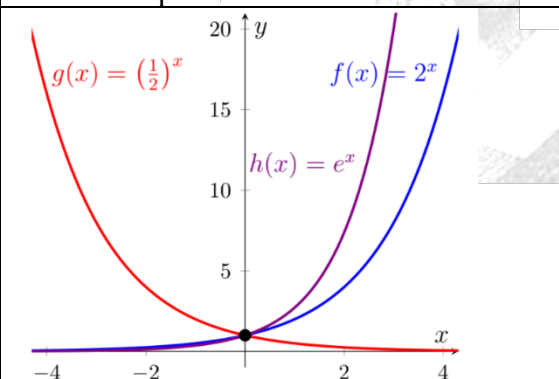
Función con valor absoluto



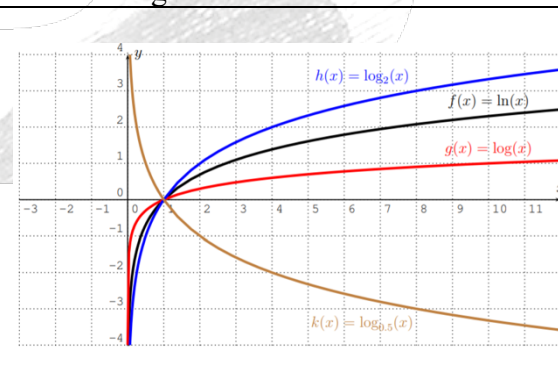
Función de proporcionalidad inversa



Función exponencial



Función logarítmica



Función radical

Función trigonométrica

MÓDULO 4 ACT

Parte n° 10: Estudio sistemático de las funciones polinómicas de primer y segundo grado. Estado gaseoso de la materia.
Tema 1: Funciones. Función lineal. Función cuadrática.

CGAB
CEPA Gustavo
Adolfo Bécquer

