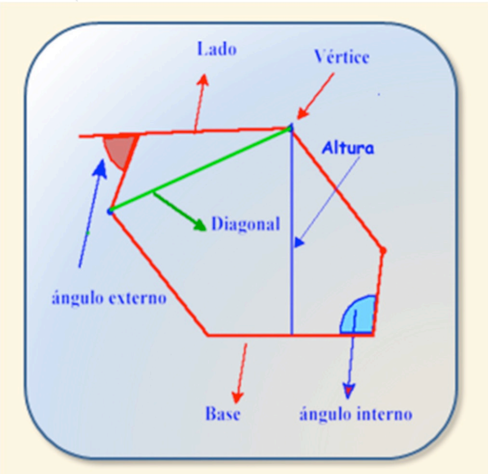
Modulo 2 ACT. Parte nº 5. Tema 6: Geometría plana. Longitudes, ángulos y áreas

1. FIGURAS GEOMÉTRICAS PLANAS

1.1.Polígonos

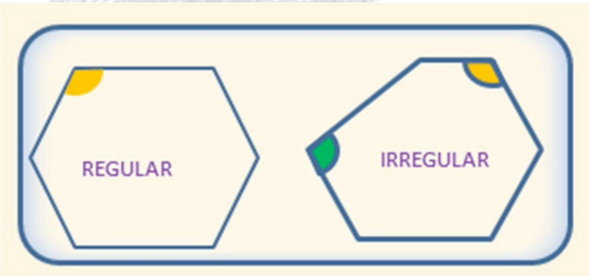
Un polígono es un conjunto de puntos del plano delimitados por una línea poligonal cerrada. Por tanto, un polígono representa una superficie.
En un polígono podemos diferenciar diferentes elementos:

- Lados: son los segmentos rectilíneos que lo delimitan.
- Ángulos interiores: los que forman dos lados contiguos en el interior del polígono.
- Ángulos exteriores: los que forman dos lados contiguos en el exterior del polígono.
- Vértices: los puntos donde coinciden dos lados.
- Diagonales: las rectas que unen dos vértices que no sean consecutivos.
- Base: es cualquiera de los lados (normalmente el lado en que se "apoya" la figura).
- Altura: es el segmento perpendicular desde el vértice al lado opuesto o a su
- prolongación.



Los polígonos según el número de lados que lo forman reciben nombres diferentes. Para poder cerrar un polígono necesitamos al menos tres lados porque con menos no puede delimitarse una superficie cerrada.

Cuando un polígono tiene sus lados y ángulos iguales se llaman polígono REGULAR.
Si los lados y ángulos no tienen la misma medida se llaman polígono IRREGULAR



1.2.Ángulos.

Un ángulo es la parte del plano que queda delimitada por dos semirrectas que se originan en el mismo punto, Este punto recibe el nombre de vértice del ángulo.

Los ángulos se clasifican, según su tamaño en:

- agudos (menos de 90°, mide más de 0° y menos de 90°)
- rectos (aquel ángulo que mide 90 °)
- obtusos (más de 90° y menos de 180°)
- ángulo llano (aquel que mide 180°)
- ángulo completo 360°

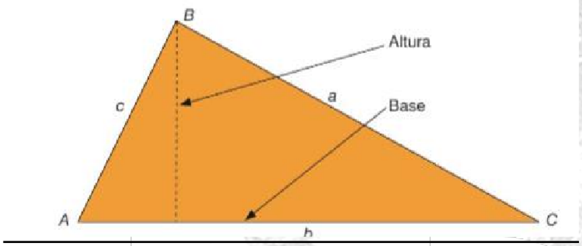
2. LOS TRIÁNGULOS. RELACIÓN PITAGÓRICA

Los triángulos son polígonos de tres lados. Por lo tanto, son lospolígonos más sencillos que podemos construir.

Los triángulos cumplen dos propiedades:

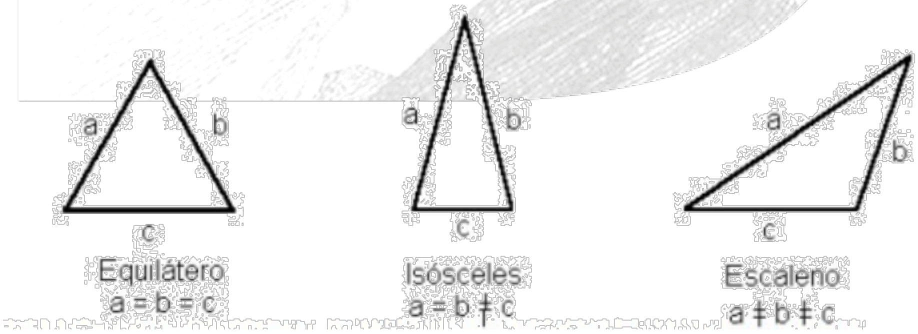
- La suma de sus ángulos es siempre 180°
- Un lado de un triángulo es siempre menos que la suma de losotros dos lados.

Los elementos principales de un triángulo son



Según la longitud de sus lados podemos clasificar lostriángulos en:

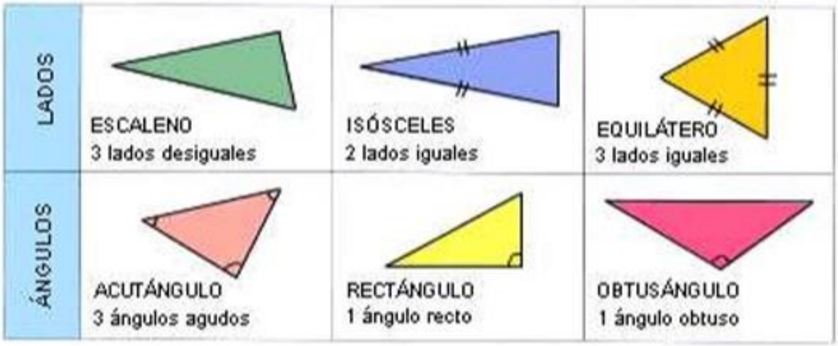
- **Equilátero-** los tres ángulos tienen la misma longitud.
- **Isósceles-** dos lados iguales y uno distinto
- **Escaleno**- Los tres lados tienen distinta longitud.



Podemos clasificar los triángulos según sus ángulos en:

- **Acutángulos-** los tres ángulos son agudos (menores de 90°)
- **Rectángulos-** uno de los ángulos es un ángulo recto (90°)

- **Obtusángulos** – uno de los ángulos es un ángulo obtuso(mayor de 90°)

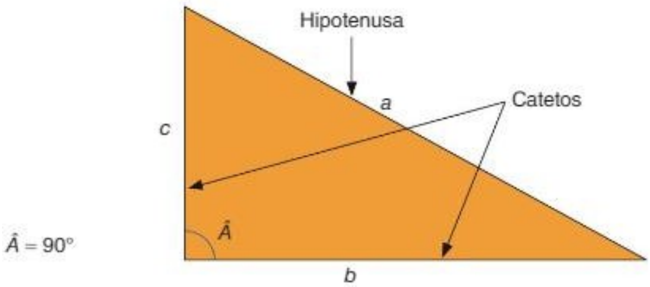


2.1. Teorema de Pitágoras.

El teorema de Pitágoras es muy útil para resolver problemas geométricos especialmente para calcular longitudes desconocidas.

En un triángulo rectángulo los lados recibenlos siguientes nombres:

- **Hipotenusa:** es el lado opuesto al ángulo recto. Siempre es mas largo que los otros lados. Se suele utilizar la letra a para referirnos a su longitud.
- **Catetos**: son los otros dos lados del rectángulo. Forman el ángulo recto, por lo que son perpendiculares entre sí. Habitualmente su longitud se representa con las letras b y c.



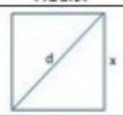
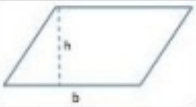
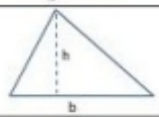
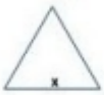
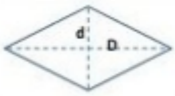
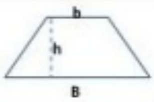
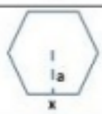
El teorema de Pitágoras establece la siguiente relación entre los lados de un triángulo rectángulo:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

Es decir, el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

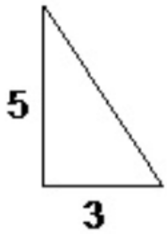
3. ÁREAS Y PERÍMETROS DE FIGURAS PLANAS.

Perímetro de un polígono: Es la suma de las longitudes de sus lados.
Área de un polígono: Es la medida de su superficie.

CUADRO DE FÓRMULAS DE ÁREA Y PERÍMETRO DE FIGURAS PLANAS				
NOMBRE	FIGURA	ELEMENTOS	AREA	PERIMETRO
CUADRADO		x = lado d = diagonal	$A = x^2$ $A = \frac{d^2}{2}$	$P = 4x$
RECTANGULO		b= base h = altura	$A = b.h$	$P = 2b + 2h$
PARALELOGRAMO		b= base h = altura	$A = b.h$	P = suma de lados
TRIANGULO		b= base h = altura	$A = \frac{b.h}{2}$	P = suma de lados
TRIÁNGULO EQUILÁTERO		x = lado	$A = \frac{x^2\sqrt{3}}{4}$	$P = 3x$
ROMBO		D = diagonal mayor d = diagonal menor	$A = \frac{D.d}{2}$	P = suma de lados
TRAPECIO		B = base mayor b = base menor h = altura	$A = \left(\frac{B+b}{2}\right)h$	P = suma de lados
POLÍGONO REGULAR		a = apotema x = lado n = Nº lados p = perímetro	$A = \frac{P.a}{2}$	$P = n.x$
CÍRCULO		r = radio C = longitud de circunferencia o perímetro	$A = \pi r^2$	$C = 2\pi r$

EJERCICIOS RESUELTOS:

2. **Calcula la superficie y el perímetro del siguiente triángulo:**



Según observamos en la figura, se trata de un triángulo rectángulo, donde los lados que miden 5 y 3 (catetos) forman un ángulo recto (90º).

Cálculo de superficie:
La forma de calcular la superficie del triángulo es:

$$A = \frac{bxh}{2}$$

Por lo que sustituimos con las medidas aportadas, siendo 3 la longitud de la base, y 5 la longitud de la altura:

$A = \frac{3x5}{2} = \frac{15}{2} = 7{,}5\text{cm}^2$

Calculemos ahora el perímetro del triángulo.

Para calcular el perímetro es necesario tener la longitud de los tres lados del mismo. En este ejemplo no disponemos de la longitud de la hipotenusa, por lo que previamente debemos calcularla. Para ello, utilizaremos el Teorema de Pitágoras: El cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos.

$a^2 = b^2 + c^2$

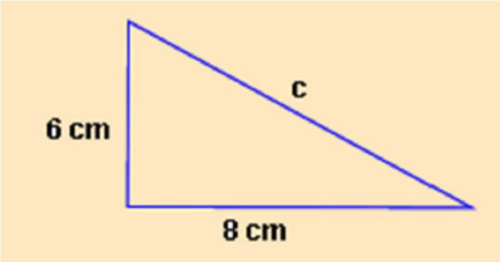
Introducimos las medidas de los catetos y calculamos:

$a^2 = 3^2 + 5^2$
$a^2 = 9 + 25$
$a^2 = 34$
$a = \sqrt{34}$; $a = 5{,}83$ cm

Una vez que conocemos la longitud de los tres lados del triángulo, podemos calcular el perímetro del mismo:

P= 5 +3+ 5,83= 13,83 cm

3. Calcula la superficie y el perímetro del siguiente triángulo:



La forma de calcular la superficie del triángulo es:

$$A = \frac{bxh}{2}$$

Con las medidas aportadas, sustituimos, siendo 8 la longitud de la base, y 6 la longitud de la altura:

$A = \frac{8x6}{2} = \frac{48}{2} = 24\text{cm}^2$

Calculemos ahora el perímetro del triángulo.

Para calcular el perímetro es necesario tener la longitud de la hipotenusa, por lo que previamente debemos calcularla mediante el Teorema de Pitágoras:
Introducimos las medidas de los catetos y calculamos:

$c^2= 6^2 + 8^2$
$c^2= 36 + 64$
$c^2= 100$
$c=\sqrt{100}$; a=10 cm

Una vez que conocemos la longitud de los tres lados del triángulo, podemos calcular el perímetro del mismo:

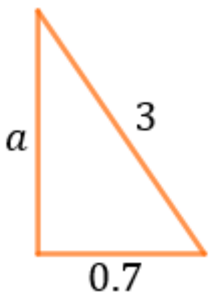
P= 6+8+10= 24 cm

4. **Calcula la altura que podemos alcanzar con una escalera de 3 metros apoyada sobre la pared si la parte inferior la situamos a 70 centímetros de esta.**

En primer lugar, es necesaria convertir 70 cm en metros, de manera que la longitud de la parte inferior será:

70cm : 100 = 0,7m

Así, una vez que tenemos las mismas unidades de longitud, planteamos el triángulo que representa este ejercicio:



La altura que alcanzaremos con estas condiciones, coincide con la longitud de uno de los catetos del triángulo rectángulo que se forma. Aplicamos el teorema de Pitágoras para calcularla:

$h^2=a^2 + b^2$

$3^2= a^2 +0,7^2$

$9= a^2 + 0,49$

$a^2=9 - 0,49$

$a^2=8,51$

Por tanto, haciendo la raíz cuadrada,

$a=\sqrt{8,51}$; a=2,92 cm

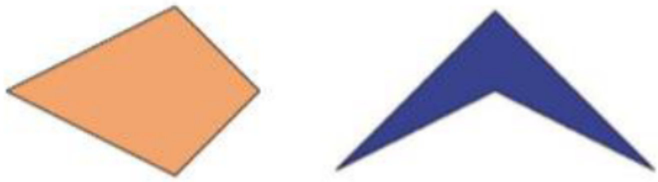
Por tanto, la altura será, aproximadamente 2.92 metros.

5. CUADRILÁTEROS

Los cuadriláteros son polígonos de cuatro lados. Aunque hay diversos tipos de cuadriláteros, todos cumplen una propiedad: la suma de sus ángulos siempre es 180°.

Según el número de lados paralelos, se clasifican en:

Trapezoides- no tienen ningún lado paralelo, algunos de ellos son figuras muy habituales, como una cometa o un apunta de una flecha.



Trapecios- Los trapecios tienen solo dos lados paralelos. Estos lados reciben el nombre de base mayor y base menor en función de su tamaño. Los trapecios se clasifican:

Escalenos	Isósceles	Rectángulos
Ninguno de sus lados es igual.	Los dos lados no paralelos son iguales.	Uno de sus lados no paralelos es perpendicular a las bases.
		

• **Paralelogramos**- son cuadriláteros con los lados paralelos dos a dos y se clasifican en:

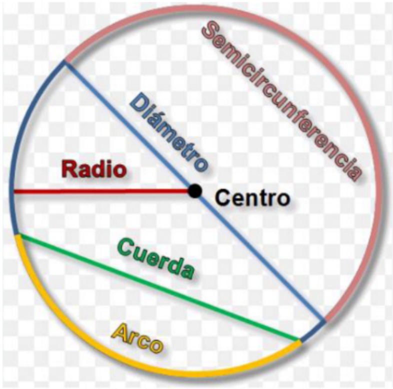
Romboide	Rombo	Rectángulo	Cuadrado
Sus lados paralelos son iguales pero distintos de los otros dos.	Sus lados son todos iguales.	Sus ángulos internos son todos de 90°, y sus lados, iguales dos a dos.	Todos sus lados son iguales y sus ángulos internos miden 90°.
			

6. CIRCUNFERENCIA Y CIRCULO

- La circunferencia.

Una circunferencia es una curva cerrada cuyos puntos están situados a la misma distancia de un punto interior llamado centro.

Elementos y líneas principales de un a circunferencia son:



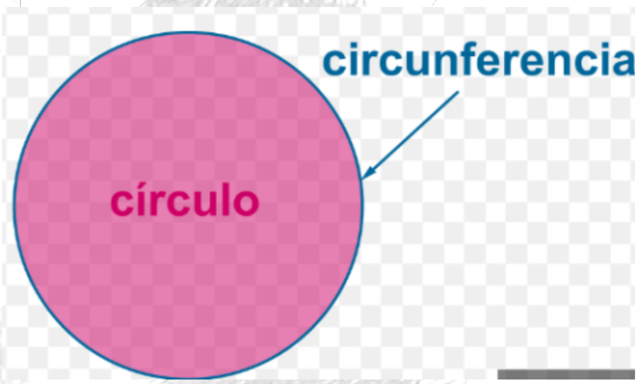
- Radio de la circunferencia. Es el segmento que une el punto con cualquier punto de la circunferencia. El radio permite nombrar a la circunferencia y lo identificamos con la letra r.
- Diámetro- cualquier segmento que une dos puntos de la circunferencia y pase por el centro. El diámetro equivale a dos radios.
- Cuerda- Cualquier segmento que une dos puntos de la circunferencia.
- Arco- Parde de la circunferencia comprendida entre dos de sus puntos.

Recuerda:
Longitud de la circunferencia: 2.π.r

- El circulo.

Un círculo es una figura plana formada por una circunferencia y su interior.

La diferencia entre circulo y circunferencia es que el circulo es el área o superficie contenida dentro de una circunferencia mientras que la circunferencia es una curva plana, cerrado cuyos puntos son equidistantes de otro, el centro, situado en el mismo plano.



Área del círculo = π.r^2

EJERCICIOS RESUELTOS:

1. **Calcula el área de un círculo con:**

   a) Radio de 6 cm.   b) Diámetro de 6 cm.   c) Radio de 7,2 cm.

   a) $A = 36\pi = 113{,}04\ \text{cm}^2$
   b) $A = 9\pi = 28{,}26\ \text{cm}^2$
   c) $A = 51{,}84\pi = 162{,}78\ \text{cm}^2$

2. Calcula el área de un círculo con:

Radio de 6 cm. b) Diámetro de 6 cm. c) Radio de 7,2 cm.

a. $A = 36\pi = 113{,}04\ \text{cm}^2$

b. $A = 9\pi = 28{,}26\ \text{cm}^2$

c. $A = 51{,}84\pi = 162{,}78\ \text{cm}^2$

3. Halla el área de un círculo delimitado por una circunferencia de 321,4 cm.

$$r = \frac{321{,}4}{2\pi} = 51{,}18\ \text{cm} \qquad A = \pi \cdot 51{,}18^2 = 8.224{,}35\ \text{cm}^2$$