# Módulo 2 ACT. Parte nº 4. Tema 1:
# Operaciones con números. Proporcionalidad.

**ÍNDICE**

## 1) Los distintos tipos de números

Antes de llegar a las cuentas que realizamos en nuestras casas en la vida diaria vamos a hacer un repaso por los diferentes tipos de números que nos podemos encontrar y cómo los representamos.

### 1.1. Los números naturales

El primer tipo de números del que tenemos que hablar son aquellos que nos permiten contar, estos son, los que nos permiten decir: dos manzanas, cinco libros, siete cartas,…

Los números naturales son aquellos que pensamos y nos vienen a la cabeza sin más, éstos son: positivos, sin decimales, sin fracciones…, es decir, naturales. Los números naturales fueron los primeros que manejó el ser humano. Éstos se representan con el siguiente símbolo N y son:

N = { 1,2,3,4,5,6,7…., 15, 16….,66,67,68,12345, 12346, }

En los números naturales siempre que se tenga un número existe su siguiente, que se obtiene del anterior sumándole uno.

A la hora de ordenar los números naturales, éstos siguen el orden lógico, el 0 es menor que 1, el 1 es menor que 2, el 3 es menor que 4,…, el 66 es menor que 67,…

Para decir que un número es menor que otro, en matemáticas usamos el símbolo <, y para decir que un número es mayor que otro, escribimos >. De esta forma la frase anterior quedaría de la siguiente forma: 0 < 1< 2 < 3 < 4 < 66 < 67 < ….

Si lo escribimos de mayor a menor: > 67 > 66 > 4 > 3 > 2 > 1

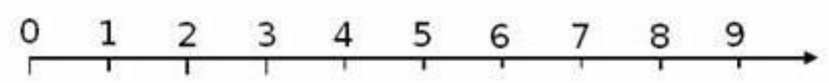
**¡¡OJO!! Para no confundirte con los signos “<” y “>” recuerda lo siguiente:**

La parte abierta del ángulo debe “mirar” al número mayor y el vértice al número menor

nº menor < nº mayor

nº mayor > nº menor

La representación gráfica de los números naturales se hace sobre una semirrecta horizontal donde el extremo izquierdo es el 0. Desde aquí se divide la semirrecta en partes iguales, y en cada marca vamos situando los números ordenados de menor a mayor.




*Representación gráfica de los números naturales*

Antes de seguir adelante **deberías de repasar** como se opera con los números naturales: suma, resta, multiplicación, cociente, potencias y operaciones combinadas. Para ello una opción es repasar los contenidos del módulo 1: Tema 1 del Bloque 1, los apartados del 1.3 al 1.7 ambos inclusive, o consultar la siguiente página http://www.vitutor.com/di/n/numeros_naturales.html

**EJERCICIO 1**

Indica si son correctas o no las siguientes expresiones.

| | S / N |
|---|---|
| a) 34 < 43 | |
| b) 70 < 58 | |
| c) 25 + 13 < 31 | |
| d) 114 + 37 > 108 + 41 | |

## 1.2. Los números enteros

¿Cuál es el resultado de la operación: 5-8?

Como ya habréis contestado, la respuesta es (-3), pero, ¿es este número un número natural? Efectivamente, NO. Los números naturales son del 0, 1,… y todos positivos, los negativos no son números naturales.

La necesidad de tener números negativos es lo que nos lleva a definir los Números Enteros que no son ni más ni menos que los números naturales y estos mismos con signo negativo, es decir:

Z = { …., -1234, -1233,…, -78, -77,…,…-3,-2,-1,0+1+2+3…+77,….+78….,1233+1234…}

A los números enteros se les identifica con el símbolo Z.

Como primera consecuencia de lo que hemos escrito anteriormente es que:

Los números naturales son números enteros, pero no todos los números enteros son números naturales.

La gran diferencia entre los números naturales y los números enteros es que los números enteros tienen opuesto, mientras que los números naturales no.

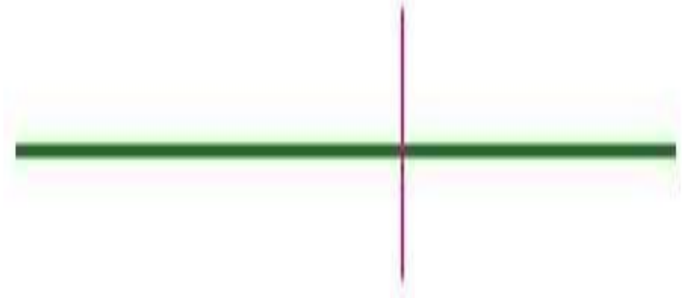
Todo número entero tiene anterior y siguiente, esto es, dado un número entero siempre puedo escribir un número mayor y un número menor que él simplemente con sumarle o restarle uno.
El opuesto de un número entero es el mismo número pero cambiado de signo.

EJEMPLOS:

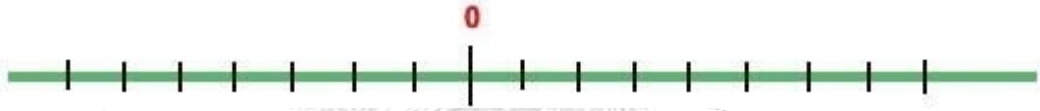
- El opuesto de -5 es +5. •
- El opuesto de +8 es -8.
- El opuesto de -17 es 17.
- El opuesto de 4 es -4.
- El opuesto de 0 es 0.

Para representar los números enteros seguimos los siguientes pasos:

- Trazamos una recta horizontal y situamos en ella el 0. El 0 divide a la recta en dos semirrectas.

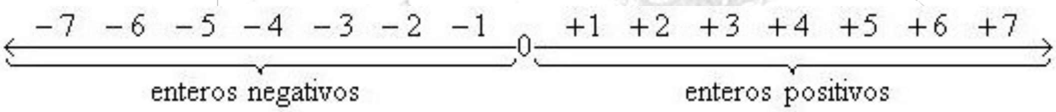


- Dividimos cada una de las dos semirrectas en partes iguales




- Situamos los números enteros sobre las semirrectas: los enteros positivos a la derecha del cero, y los enteros negativos a la izquierda del cero:


- Es decir, quedaría de la siguiente forma:




Antes de continuar definimos lo que se llama valor absoluto de un número, que se representa escribiendo el número entre dos barras verticales (|-7|, y se lee " valor absoluto de -7").

El valor absoluto de un número entero es el número natural que se obtiene al quitarle el signo al número inicial, luego |-7| = 7.

EJEMPLOS:

a. |+5| = 5
b. |-12| = 12
c. |14| = 14
d. |-8| = 8

A la hora de ordenar los números enteros se cumplen las siguientes reglas:

- Cualquier número entero positivo es mayor que cualquier número entero negativo. Ejemplo: -3 < 8
- El cero es mayor que cualquier número entero negativo y menor que cualquier número entero positivo. Ejemplo: - 6 < 0 < 9

- Dados dos números enteros positivos es mayor el que tiene mayor valor absoluto. Ejemplo: + 6 y + 19, |+6| = 6 y |+19| = 19 ====> 6 < 19
- Dados dos números enteros negativos es mayor el que tiene menor valor absoluto.
  Ejemplo: -7 y -15, |-7| = 7 y |-15| = 15 ====> como 7 < 15, se cumple que -15 < -7

Si te cuesta trabajo recordar estas reglas, no olvides que otra forma de saber cuando un número entero es mayor o menor que otro, es situar ambos números en la recta numérica: el menor de ellos es el que queda más a la izquierda.

Para continuar repasa las operaciones con números enteros: suma, resta, multiplicación, cociente, potencias y operaciones combinadas. Para ello una opción es repasar los contenidos del módulo 1: Tema 2 del Bloque 1 apartado 2. Para practicar con números enteros visita la siguiente página web: https://www.vitutor.net/1/numeros_enteros.html

**EJERCICIO 2**

Halla el opuesto y el valor absoluto de:

| | Opuesto | Valor absoluto |
|---|---|---|
| a) +16 | | |
| b) -11 | | |
| c) (-11)+ 7 | | |
| d) 23-18 | | |

**EJERCICIO 3**

Ordena de mayor a menor todos los números obtenidos como resultado en los cuatro apartados de la actividad 1.

**EJERCICIO 4**

Calcula el resultado de las siguientes operaciones:

a) (+6) - (-2) + (-5) - (+4) =
b) (-5) - (-5) - (+7) + (-6) =
c) (-1) - (-10) + (+5) - (+7) =
d) 14 - (12 + 2) =
e) 17 - (-9 - 14) =
f) -14 + (6 - 13) =
g) 2 + (7 - 3) - (8 - 4) =
h) -1 - (2 - 5) + (7 - 4) =

**RECUERDA QUE:**

**Para sumar números enteros de igual signo**, se suman sus valores absolutos y se pone el signo de los sumandos.

Date cuenta que:

- La suma de dos números enteros negativos es otro número negativo.
- La suma de dos números enteros positivos es otro número entero positivo.

**Para sumar números enteros de distinto signo,** se restan sus valores absolutos, y se pone el signo del que tiene mayor valor absoluto.

Si lo que tenemos es una suma de varios números enteros de distinto signo, lo que haremos será:

a) **Se suman separadamente los números positivos, por un lado y los negativos por el otro.**

b) **Se suman el número positivo y el número negativo obtenido.**

Date cuenta que el **signo (-)** puede tener dos significados:

a) Puede indicar que un número es negativo (signo de número). Ejemplo: - 8.

b) Puede indicar una resta (signo de operación). Así, en 14 - (- 6) el primer signo menos, el que está antes del paréntesis -, es de operación (resta), mientras que el segundo -, es de número.

Recuerda que el paréntesis nos indica que las operaciones que hay dentro de él, se deben realizar primero.

**RECUERDA QUE:**

**Para hallar el producto de dos números enteros** hay que multiplicar sus valores absolutos. El signo del resultado es positivo cuando ambos números o factores tienen el mismo signo y negativo cuando tienen signos diferentes.

**REGLA DE LOS SIGNOS**

| | |
|---|---|
| + · + = | **+** |
| +· - = | **-** |
| - · + = | **-** |
| - · - = | **+** |

**Para dividir dos números enteros** se dividen sus valores absolutos. El cociente tiene signo positivo si los dos números o factores tienen el mismo signo y signo negativo si tienen diferentes signos.

Se sigue la misma regla de los signos que para el producto.

**Jerarquía de operaciones:**

Cuando hay que realizar varias operaciones con números, se debe seguir el siguiente orden:

***1º*** Efectuar las operaciones entre paréntesis, corchetes y llaves, del más interno al más externo.

***2º*** Calcular las potencias y raíces.
***3º*** Efectuar los productos y cocientes de izquierda a derecha.
***4º*** Realizar las sumas y restas.

**EJERCICIO 5**

Calcula el resultado de las siguientes operaciones:

a) $12 - \{7 + 4 \cdot 2 - [(-2)^2 \cdot 2 - 6]\} + (2^2 + 6 - 5 \cdot 3) + 3 - (5 - 2^2 : 2) =$

b) $6 - \{3 - [-13 + 3 \cdot (-2) \cdot 2] \cdot 5\} - [4 - (-2)^3] + 6 =$

## 1.3. Los números racionales

A pesar de que los números enteros mejoran y complementan a los números naturales, ¿el siguiente número es natural, entero,…?

$$\frac{3}{4}$$

Lo cierto es que ni es natural, ni es entero, es un número racional.

Los números racionales nacen de la necesidad de dividir. Algunos ejemplos de números racionales son:

$$\frac{-5}{4}, \frac{-7}{2}, \frac{3}{5}, \frac{8}{-3}$$

Los números racionales son aquellos que podemos expresar mediante una fracción con algunas condiciones especiales.

Una fracción es de la forma a/b, donde a recibe el nombre de numerador, y b denominador.

De esta forma, un número racional es una fracción donde:

- a y b son números enteros
- b no puede ser 0.

A todos los números racionales se les designa con el símbolo Q.

Con todo esto, escribiéndolo un poco más formalmente,

$$Q = \left\{ \frac{a}{b} \,/ a \in Z,\ b \in Z,\ b \neq 0 \right\}$$

El símbolo / significa "tal que", es un enlace a la hora de escribir en matemáticas.

El símbolo € significa que "a" pertenece a los números enteros.

Algunas consecuencias inmediatas de la definición de número racional es que:

- Todo número natural es racional. Ejemplo: $2 = \frac{4}{2}$
- Todo número entero es racional. Ejemplo: $(-3) = \frac{-6}{2}$

Como recordarás, el inverso de un número es aquel que al multiplicarlo por el número da como resultado 1, es decir, dado un número racional:

$$\frac{a}{b}, su\ inverso\ es\ \frac{b}{a}, puesto\ que\ \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = \frac{a \cdot b}{b \cdot a} = 1$$

Todos los números racionales, salvo el cero, tienen inverso. Esta es la característica más importante que diferencian a los racionales de los enteros, ya que en los números enteros, solamente el 1 tiene inverso que es el mismo.

EJEMPLOS:

$$El\ inverso\ de\ \frac{6}{7}\ \ es\ \ \frac{7}{6}$$

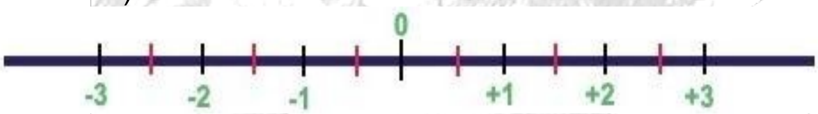
$$El\ inverso\ de\ \frac{-3}{5}\ \ es\ \ \frac{5}{-3}$$

Para representar los números racionales hay que seguir los siguientes pasos, para ilustrarlo veamos un ejemplo:

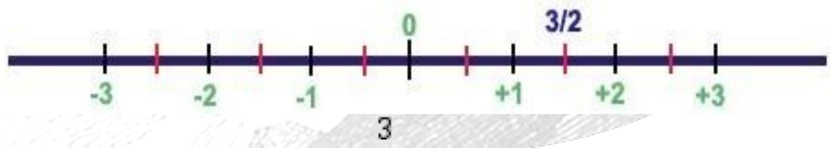
Queremos representar el número racional: $\frac{3}{2}$

1.- Dibujamos la recta numérica

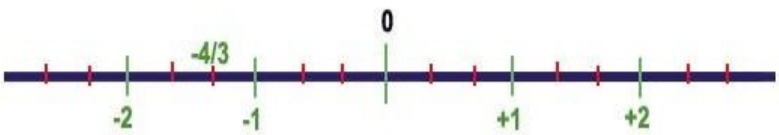
2.- Dividimos cada segmento unidad en "b" partes iguales, en nuestro caso b=2. (Un segmento unidad es el trozo de recta que hay comprendido entre dos números consecutivos de la recta numérica).




3.- Contamos "a" partes, de entre las que hemos subdividido la recta, desde el 0 y en el sentido de su signo, en nuestro caso a = 3, y como es positivo, contamos desde el 0 hacia la derecha. Luego:




Ejemplo: Representamos el número




A la hora de saber cuando un número racional es mayor o menor que otro podemos utilizar métodos sencillos, como por ejemplo hacer la división y comparar los números decimales que se obtienen o representar ambos números en la recta numérica de modo que el que esté más a la izquierda es el menor.

De esta forma con los dos ejemplos que hemos usado anteriormente: $\frac{-4}{3} < \frac{3}{2}$

Este es el momento de repasar las operaciones con números racionales, lo puedes encontrar en el contenido del módulo 1 (Tema 3 del Bloque 2). He aquí algunos enlaces interesantes: http://www.vitutor.com/di/r/a_10.html y http://www.vitutor.com/di/r/fra.html éstos te servirá para repasar operaciones con fracciones y números racionales: sumas, restas, multiplicación, división, potencias y operaciones combinadas.

Éste otro es útil para confirmar si sabemos representar números racionales en la recta real. https://www.geogebra.org/b/J3gkdMYB#material/G3JcVmq2

**EJERCICIO 6**

Ordena de mayor a menor los siguientes pares de números racionales.

a) 5/12 b) -2/7 c) 3/8 d) 8/4

**EJERCICIO 7**

Escribe la fracción inversa de:

a) 4/6 b) 5/-2 c) 5/-9 d) 2/-8

**EJERCICIO 8**

Efectúa las siguientes operaciones con números racionales.

$a)\ \frac{2}{6}+\frac{1}{2}-\frac{12}{3}= \quad b)\ \frac{1}{5}-\frac{2}{15}+\frac{7}{2}= \quad c)\ \frac{7}{12}+\frac{2}{3}-\frac{7}{2}=$

**Para sumar o restar números racionales**, éstos han de tener el mismo denominador. Por tanto, hay que transformar estas fracciones en otras equivalentes cuyo denominador sea el mismo. Para ello necesitas realizar el m.c.m.

Una vez que todas las fracciones tienen el mismo denominador, sólo tienes que sumar/restas numeradores y poner el mismo denominador.

**EJERCICIO 9**

Efectúa las siguientes operaciones con números racionales.

$a)\ \frac{-5}{6}\cdot\frac{4}{3}= \quad b)\ \frac{3}{7}\cdot\frac{9}{5}= \quad c)\ \frac{-5}{6}:\frac{4}{3}= \quad d)\ \frac{7}{6}:\frac{4}{5}=$

**Para multiplicar números racionales** se halla un nuevo número racional cuyo numerador es el producto de los numeradores y cuyo denominador es el producto de los denominadores.

Al **dividir dos números racionales** obtendremos otro número racional cuyo numerador será la multiplicación del numerador de la primera por el denominador de la segunda y cuyo denominador será la multiplicación del denominador de la primera por el numerador de la segunda. Observa que es como si se multiplicara en cruz.

**RECUERDA** simplificar o reducir siempre que se pueda.

**Jerarquía de las operaciones con racionales.**

Cuando hay que realizar varias operaciones con números, se debe seguir el siguiente orden:

**1º** Efectuar las operaciones entre paréntesis, corchetes y llaves, del más interno al más externo.

**2º** Calcular las potencias y raíces.

**3º** Efectuar los productos y cocientes de izquierda a derecha.

**4º** Realizar las sumas y restas.

**Propiedades de las potencias de fracciones con racionales**

1- Para elevar una fracción a una potencia se eleva tanto el numerador como el denominador al exponente.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Ejemplo:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81}$$

2- Potencias de exponente negativo: Es la fracción inversa de la misma potencia, pero con exponente positivo.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

Ejemplo:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{-4} = \left(\frac{3}{4}\right)^4 = \frac{3^4}{2^4} = \frac{81}{16}$$

3- Potencia de exponente cero: Es la unidad.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1$$

4- Producto de potencias con la misma base: Es otra potencia con la misma base y cuyo exponente es la suma de los exponentes.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m+n}$$

Ejemplo:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^{2+3} = \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{2^5}{3^5} = \frac{32}{243}$$

5. División de potencias con la misma base: Es otra potencia con la misma base y cuyo exponente es la diferencia de los exponentes.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m : \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{m-n}$$

Ejemplo:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^7 : \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^{7-3} = \left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2^4}{3^4} = \frac{16}{81}$$

6. Potencia de una potencia: Es otra potencia con la misma base y cuyo exponente es el producto de los exponentes.

$$\left(\left(\frac{a}{b}\right)^m\right)^n=\left(\frac{a}{b}\right)^{m\cdot n}$$

Ejemplo:

$$\left(\left(\frac{2}{3}\right)^2\right)^3=\left(\frac{2}{3}\right)^{2\cdot 3}=\left(\frac{2}{3}\right)^6=\frac{2^6}{3^6}=\frac{64}{729}$$

7. Producto de potencias con el mismo exponente: Es otra potencia con el mismo exponente y cuya base es el producto de las bases.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n\cdot\left(\frac{c}{d}\right)^n=\left(\frac{a\cdot c}{b\cdot d}\right)^n$$

Ejemplo:

$$\left(\frac{3}{5}\right)^3\cdot\left(\frac{2}{7}\right)^3=\left(\frac{6}{35}\right)^3$$

8. Cociente de potencias con el mismo exponente: Es otra potencia con el mismo exponente y cuya base es el cociente de las bases.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n:\left(\frac{c}{d}\right)^n=\left(\frac{a\cdot d}{b\cdot c}\right)^n$$

Ejemplo:

$$\left(\frac{3}{5}\right)^3:\left(\frac{2}{7}\right)^3=\left(\frac{3\cdot 7}{5\cdot 2}\right)^3=\left(\frac{21}{10}\right)^3$$

**EJERCICIO 10**

Realiza las siguientes operaciones:

$$a)-\frac{3}{4}\cdot\left[7+6\cdot\left(1-\frac{3}{2}\right)\right]=$$

$$b)\left(\frac{3}{2}\right)^6:\left(\frac{3}{5}\right)^6-\left[\left(\frac{5}{2}\right)^2\right]^3=$$

$$c)\left[1-\frac{3}{4}\cdot\frac{1}{9}+\frac{1}{5}-\left(\frac{1}{2}+1\right)^2+2\cdot\left(\frac{2}{3}-\frac{1}{4}\right)\right]+1=$$

**EJERCICIO 11**

Simplifica las siguientes expresiones:

$$a)\ \left(\frac{5}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{-4} \div \left(\frac{25}{4}\right)^3 =$$

$$b)\ \frac{\frac{3}{7}\cdot\left(\frac{3}{7}\right)^3\cdot\left(\frac{9}{49}\right)^4}{\left(\frac{3}{7}\right)^2\cdot\left(\frac{27}{343}\right)^2\cdot\left(\frac{7}{3}\right)^{-1}} =$$

**EJERCICIO 12**

Escribe en notación científica los siguientes números

a) 0,0000000007999
b) 1560000
c) $25{,}23\cdot10^{-7}$
d) $0{,}245\cdot10^{-4}$

**EJERCICIO 13**

Representa en la recta real los siguientes números:

a) -3/2 b) 4/5 c) -9/2 d) 8/3

### 1.4. Los números irracionales

Ya hemos visto los números naturales, enteros y racionales, pero aún queda un tipo de números, éstos son los números irracionales.

Estos números son aquellos que tienen infinitas cifras decimales no periódicas.

Para saber si un número irracional es mayor o menor que otro se hace de forma aproximada, se calcula el número en la calculadora, se representa aproximadamente en la recta numérica y el que se quede más a la izquierda es el menor.

**EJERCICIO 14**

Ordena de mayor a menor los siguientes números irracionales:

$[2\sqrt{3}]$ $(1-\sqrt{5})$ $\frac{\sqrt{2}}{2}$ $\sqrt{7}-3$

## 2) Potencias

### 2.1 Definición de potencia de base entera y exponente natural.

En ocasiones ocurre que nos encontramos con multiplicaciones donde los factores (los números que se multiplican) son todos iguales. Al matemático **René Descartes** se le ocurrió representar esas multiplicaciones de la forma que vamos a ver a continuación y que se conoce como simbología o expresión potencial.

*Si nos dicen que las dimensiones del hexaedro o cubo de la figura son: 2 m de ancho, 2 m de largo y 2 m de alto, fácilmente concluiríamos que su volumen será:*


Si generalizamos el ejemplo anterior diremos:

Siendo **“a”** y “**n**” dos números tal que **a** ∈ Z ; **n** ∈ N ≠ 0.

Denominamos potencia de **base “a”** y **exponente “n“,** al producto de “**n**“ factores iguales todos al número “**a**”.

$$a^n = \underbrace{a.a.a........a.a.a}_{n}$$

Se simboliza por dos números, la **base** y el **exponente**.

¿Qué significa que **a** ∈ Z? Pues que “**a**” podrá ser un número positivo o negativo.

Y, ¿qué significa que **n** ∈ N? Pues que “**n**“ será un número **siempre positivo** por pertenecer al conjunto de los números Naturales.

Ejemplo de potencias de base entera negativa y exponente natural.

(**-3**).(**-3**).(**-3**).(**-3**)=**81** → **$3^4$ potencia positiva.**

(**-3**).(**-3**).(**-3**)= (**-27**) → **$(-3)^3$ potencia negativa.**

**Para nombrar o leer una potencia** nombramos primeramente el número de la base, después nombramos el número referente al exponente.

El exponente puede nombrase con el nombre ordinal del número (se dice "elevado a la cuarta, quinta, sexta... potencia") o con el nombre del cardinal (elevado a cuatro, elevado a cinco, a seis…..).

(Reminiscencias históricas del cálculo del área del cuadrado o del volumen del cubo, hacen que cuando **x** está elevado a dos, digamos que está elevado al cuadrado o que cuando está elevada a 3 digamos que está al cubo).

Así diremos 3 elevado a la séptima o tres elevado a siete. Escribiendo: **$3^7$** =3.3.3.3.3.3.3 = **2.187**

Sabiendo que dicha expresión representa a una multiplicación donde el número 3 se multiplica por sí mismo siete veces. Luego:

Cuando escribimos el cardinal de un número damos por entendido que está elevado a la potencia 1, pero no se suele indicar, aunque en las operaciones con potencias podemos ponerlo si eso nos ayuda al cálculo potencial.

Así sabemos que $5^1 = 5$ ó $31 = 31^1$

**Autoevaluación**

1) Escribe en forma de producto y calcula las siguientes potencias:

a) $2^5 =$

b) $4^4 =$

c) $3^4 =$

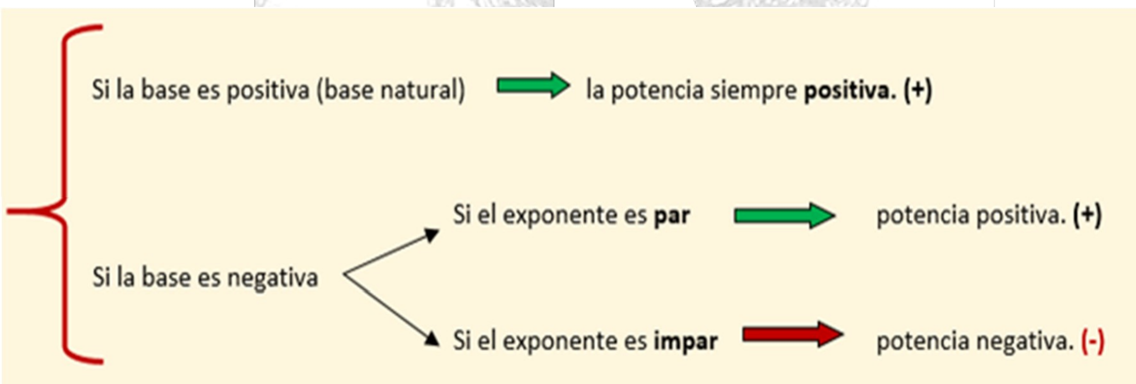
d) $1^3 =$

### 2.2 Signo de la potencia.

Como estamos operando con números enteros, esto significa que el número de la base puede ser positivo o negativo.

Para conocer el signo (positivo o negativo) del número al que representa la potencia deberemos aplicar la regla de los signos (pues una potencia no es más que una forma de expresar la multiplicación de factores repetidos), debemos **fijarnos** primero en la **base** si esta es positiva o **negativa** y en este caso, tendremos que contar el número de factores que operan (se multiplican).

Así, nos surge el siguiente esquema:




**Autoevaluación**

2) Rellena la siguiente tabla:

| Potencia | Base | Exponente | Signo (+/-) | Valor |
|---|---|---|---|---|
| $2^3$ | | | | |
| $(-3^2)$ | | | | |
| $(-2)^3$ | | | | |
| $-2^2$ | | | | |

**Autoevaluación**

3) ¿Por qué hemos dicho que $-2^2$ vale **- 4**, si la base es positiva y el exponente par?

Y por la regla de los signos **(-)**.(+) será **(-)**

**Autoevaluación** 4)

Resuelve:

a) $-(-2^3) =$
b) $-5^2 =$
c) $-(2)^5 =$
d) $(-3)^4 =$

**Autoevaluación**

5) Escribe en forma de producto y calcula:

a) $(-3)^4 =$
b) $(-1)^5 =$
c) $(-2)^3 =$
d) $(-2)^6 =$
e) $(-3)^5 =$
f) $(-2)^8 =$

### 2.3 Definición de potencia de base fraccionaria y exponente natural.

Cunando nos encontramos multiplicaciones repetidas de números **fraccionarios**, podemos utilizar la simbología de las potencias para expresar dicha multiplicación.

Así:

$$\left(\frac{2}{3}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}\right)=\left(\frac{2}{3}\right)^6 \quad ó \quad \left(\frac{-2}{5}\right)\cdot\left(\frac{-2}{5}\right)\cdot\left(\frac{-2}{5}\right)=\left(\frac{-2}{5}\right)^6$$

Como la base **fraccionaria** puede ser **positiva** o **negativa** tendremos también que aplicar la regla de los signos vista en el epígrafe anterior para conocer cómo será la potencia, si positiva o negativa.

Si generalizamos el ejemplo anterior diremos:

Siendo **a/b** y **"n"** dos números tal que **a/b** ∈ **Q** y **n** ∈ ***N ≠ 0***

Denominamos potencia de base fraccionaria y exponente "**n**", al producto de "n" factores iguales todos a la base **a/b**

$$\overbrace{\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}\cdots\cdots\frac{a}{b}}^{n}=\left(\frac{a}{b}\right)^n$$

Si recordamos como se multiplican las fracciones, (multiplicando los numeradores entre sí y los denominadores de igual forma) la expresión anterior también podríamos ponerla como:

$$\overbrace{\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}\cdot\frac{a}{b}\cdots\cdots\frac{a}{b}}^{n}=\frac{a^n}{b^n}$$

Por tanto:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Expresión muy importante pues indica que una potencia de base fraccionaria podemos expresarla como cociente de dos potencias de base entera.

**Ejercicio**

6) Expresa una potencia fraccionaria como cociente de potencias enteras: $(-2/3)^3=$

7) Expresa un cociente de potencias enteras como potencia fraccionaria:

$$\frac{5^4}{6^4} =$$

### 2.4 Operaciones con potencias.

#### a. Producto de potencias de la misma base.

El producto de dos potencias de la misma base es otra potencia de la misma base cuyo exponente es la suma de los exponentes de los factores.

$$a^m \,.\, a^n = a^{m+n}$$

**Ejemplo:**

a) $4^3 . 4^5 = (4.4.4).(4.4.4.4.4) = 4^{3+5} = 4^8$

b) $(-3)^2 . (-3)^3 = (-3)^{2+3} = (-3)^5$

c) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 . \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \left(\frac{2}{3}\right)^7 = \frac{2^7}{3^7}$

**Autoevaluación:**

8) Escribe como producto de potencias:

a) $(2 \cdot 4)^3 =$

b) $(3 \cdot 2)^5 =$

c) $(7 \cdot 2)^2 =$

d) $(10 \cdot 5)^3 =$

9) Escribe en forma de una sola potencia:

a) $3^4 \cdot 3^5 =$

b) $2^5 \cdot 2^2 \cdot 2^2 =$

c) $4^4 \cdot 4^2 \cdot 4 =$

d) $5 \cdot 5^2 =$

10) Escribe en forma de una sola potencia:

a) $2^5 : 2^3 =$

b) $5^{12} : 5^2 =$

c) $10^8 : 10^3 =$

d) $(-10)^5 : (-10)^2 =$

### b. Potencia de potencia.

Una potencia elevada a otra potencia, es igual a una potencia de la misma base cuyo exponente es igual al producto de los exponentes:

$$(a^m)^n = a^{m.n}$$

**Ejemplo:**

a) $(4^5)^3 = 4^5.4^5.4^5 = 4^{5+5+5} = 4^{15}$

b) $(5^3)^2 = 5^6$

c) $\left(\left(\frac{3}{5}\right)^2\right)^5 = \left(\frac{3}{5}\right)^{10} = \frac{3^{10}}{5^{10}}$

**Autoevaluación**:

11) Escribe en forma de una sola potencia:

a) $(3^2)^5 =$

b) $(2^2)^7 =$

c) $(5^2)^3 =$

d) $(2^2)^3 =$

e) $\{(-10)^2\}^3 =$

f) $(3^{-2})^5 =$

### c. Potencia de un producto.

La potencia de un producto es igual al producto de las potencias de los factores del producto.

$$(a.b)^m = a^m . b^m$$

**Ejemplo:** Expresa en forma de producto de potencias la siguiente expresión:

$(2.3)^3 = (2.^3). (2.^3). (2.^3)= (2.2.2).(3.3.3) = 2^3.3^3$

**Autoevaluación**:

12) Expresa en forma de producto de potencias las siguientes expresiones: a) $(2.5)^6 =$

b) $(3.4)^2 =$

c) $(2.8)^3 =$

### d. Potencia de un cociente.

La potencia de un cociente es igual al cociente entre la potencia del dividendo y la del divisor.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$$

**Ejemplo:**

$$\left(\frac{5}{7}\right)^3 = \frac{5^3}{7^3}$$

### e. Cociente de potencias de la misma base.

El cociente de dos potencias de la misma base es otra potencia de la misma base cuyo exponente es la diferencia entre el exponente del dividendo (numerador) y el del divisor (denominador).

$$a^m : a^n = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

**Ejemplo:**

a) $\frac{4^5}{4^3} = \frac{\cancel{4}.\cancel{4}.\cancel{4}.4.4}{\cancel{4.4.4}} = 4.4 = 4^{5-3} = 4^2$

b) $5^{-4}:5^{-3} = 5^{-4-(-3)} = 5^{-1}$

c) $\frac{2^7}{2^3} = 2^{7-3} = 2^4$

**Ejercicio:**

13) Resuelve las siguientes potencias.

a) $3^5:3^3 =$

b) $\frac{5^6}{5^3} =$

### f. Producto y Cociente de distinta base.

Cuando nos encontramos potencias de distinta base, no podremos agruparlas y procederemos resolviendo cada potencia por separado operando convenientemente.

**Ejemplo:**

a) $2^3 . 3^2 = 8.9 = 72$

b) $\frac{3^2}{5^2} = \frac{27}{25}$

c) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} . \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 2.\frac{9}{4} = \frac{18}{4} = \frac{9}{2}$

**Ejercicio:**

14) ¿Son potencias de la misma base $(-3)^3$ y $(3)^2$?

## 2.5 Potencia con exponente cero.

Partamos del siguiente ejemplo que representa a una fracción donde el numerador es igual al denominador: 125/125

Si nos preguntan cuál es el valor de dicha fracción, no dudaríamos en decir que es uno. *125/125 =1*

Si factorizamos 125 diríamos que 125=5.5.5= $5^3$

$$Por\ tanto:\ \frac{125}{125}=\frac{5^3}{5^3}=1$$

*Si recordamos como actuamos cuando tenemos potencias de la misma base diríamos:*

$$\frac{125}{125}=\frac{5^3}{5^3}=5^{3-3}=5^0=1$$

*Podemos llegar a la siguiente conclusión que podríamos generalizar para cualquier base numérica:*

**Cualquier potencia elevada al exponente cero será igual a 1.**

$$a^0=1$$

**Ejemplo:**

$$\left(-\frac{2}{5}\right)^0=\frac{(-2)^0}{(5)^0}=\frac{1}{1}=1$$

## 2.6 Potencia con exponente negativo.

Para entender qué ocurre cuando estamos con una potencia de exponente negativo debemos recordar los números fraccionarios, en particular, el concepto de inverso de un número.

Si el número **a** decimos que es inverso del número **b**, deberá suceder que **a . b = 1**

Supongamos que **a** fuese el número 7. ¿Cuál será su número inverso?

$$Si\ 7.b=1 \Longrightarrow b=\frac{1}{7}$$

Pero sabemos del epígrafe anterior que el número **1** podemos ponerlo como una potencia de exponente cero, por ejemplo $7^0$ Luego podríamos decir que:

$$b=\frac{1}{7}=\frac{7^0}{7}$$

Si recordamos ahora como resolvíamos el cociente de potencias de la misma base pondríamos:

$$b = \frac{1}{7} = \frac{7^0}{7^1} = 7^{0-1} = 7^{-1}$$

Y generalizando para cualquier base podríamos sacar la siguiente conclusión:

Cualquier base, elevada a una potencia de **exponente negativo**, será igual a la unidad dividida por la misma potencia pero expresada con exponente positivo y representa la **inversa de un número**.

$$a^{-n} = a^{0-n} = \frac{a^0}{a^n} = \frac{1}{a^n}$$

Luego $\mathbf{a}^{-n}$ es el número inverso de $\mathbf{a}^n$

Por tanto el signo del exponente de una potencia, no hace al número ni positivo ni negativo.

- ***Veamos el siguiente desarrollo para una potencia de base fraccionaria y la conclusión que sacamos.***

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{a}{b}\right)^{0-n} = \frac{\left(\frac{a}{b}\right)^0}{\left(\frac{a}{b}\right)^n} = \frac{1}{\left(\frac{a^n}{b^n}\right)} = \frac{b^n}{a^n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

Si tenemos una potencia de base fraccionaria elevada a un exponente entero negativo, si invertimos la fracción el exponente cambiará de signo.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$$

Las dos fracciones anteriores **no son inversas,** son equivalentes.

**Ejercicio**:

15) Expresa las potencias dadas con exponente positivo.

a) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} =$

b) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2} =$

### 2.7 Potencias de base diez.

Si recordáis nuestro sistema de numeración se denomina decimal pues está basado en las potencias del número diez.

La utilización de las potencias de diez es muy empleada cuando tenemos que hablar de números muy **grandes** o muy **pequeños.**

Así por ejemplo:

- La velocidad de la luz es de 300.000.000 m/s, podemos expresarla de manera más breve y cómoda utilizando la simbología potencial, de potencias de base diez como $3.\mathbf{10^8}$ m/s.
- La masa del Sol es de 19891000000000000000000000000000 kg, que evidentemente es más fácil expresar como: $19891.\mathbf{10^{26}}$
- La longitud de onda de los rayos cósmicos es inferior a 0,000000000000001 metros, y la podemos expresar así:

$$0{,}000000000000001 = \frac{1}{1000000000000000} = \frac{1}{10^{14}} = 1.10^{-14}$$

Para facilitar aún más la escritura de los cardinales numéricos, a algunas potencias de diez se les asigna una letra específica que en el tema sobre unidades de medida nos servirán para escribir los múltiplos y submúltiplos de cualquier unidad de medida.

| **Equivalencia** en simbología potencial **$10^n$** | **Prefijo** | **Símbolo** | **Unidades equivalentes.** |
|---|---|---|---|
| $10^{24}$ | | Y | Cuatrillón |
| **$10^{21}$** | | Z | Mil trillones |
| $10^{18}$ | | E | Trillón |
| $10^{15}$ | | P | Mil billones |
| $10^{12}$ | | T | Billón |
| $10^9$ | | G | Mil millones / Millardo |
| $10^6$ | | M | Millón |
| $10^3$ | kilo | k | Mil / Millar |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $10^2$ | hecto | h | Cien / Centena | |
| $10^1$ | deca | da | Diez / Decena | |
| $10^0$ | *ninguno* | | Uno / Unidad | |
| $10^{-1}$ | deci | d | Décimo | |
| $10^{-2}$ | centi | c | Centésimo | |
| $10^{-3}$ | mili | m | Milésimo | |
| $10^{-6}$ | micro | µ | | |
| $10^{-9}$ | nano | n | Milmillonésimo | |
| $10^{-12}$ | pico | p | Billonésimo | |
| $10^{-15}$ | femto | f | Milbillonésimo | |
| $10^{-18}$ | atto | a | Trillonésimo | |
| $10^{-21}$ | zepto | z | **Sextillonésimo** | Miltrillonésimo |
| $10^{-24}$ | yocto | y | Septillonésimo | Cuatrillonésimo |

**Ejercicio**:

16) Expresa la resolución del microscopio fotónico y electrónico en potencias de base diez de la unidad patrón de medida de longitudes (metro).

a) Microscopio fotónico resolución: 0,2 µm. =

b) Microscopio electrónico resolución: 0,2 nm =

### 2.8 Actividades sobre potencias.

17) Escribe en forma de una sola potencia:

a) $3^4 \cdot 3^5 = 3^9$

b) $2^5 \cdot 2^2 \cdot 2^2 = 2^9$

c) $4^4 \cdot 4^2 \cdot 4 = 4^7$

d) $5 \cdot 5^2 = 5^3$

18) Escribe en forma de una sola potencia: a) $2^5 : 2^3 =$

b) $5^{12} : 5^2 =$

c) $10^8 : 10^3 =$

d) $(-10)^5 : (-10)^2 =$

19) Calcula el valor de las siguientes potencias: a)

$(-3)^4 =$

b) $(-1)^5 =$

c) $(-2)^3 =$

d) $(-2)^6 =$

e) $(-3)^5 =$

f) $(-2)^8 =$

20) Escribe como producto de potencias: a)

$(2 \cdot 4)^3 =$

b) $(3 \cdot 2)^5 =$

c) $(7 \cdot 2)^2 =$

d) $(10 \cdot 5)^3 =$

***Para saber más:***

*En los siguientes enlaces puedes profundizar y practicar ejercicios de potencias:*

*http://descartes.cnice.mec.es/materiales_didacticos/Potencias_y_raices/index.htm*

*http://descartes.cnice.mec.es/materiales_didacticos/potencia/index.htm*

*http://www.rena.edu.ve/TerceraEtapa/Matematica/TEMA2/potenciacionN.html*

## 3) Proporcionalidad: ratios, porcentajes y descuentos

Si acudimos al diccionario se define **Ratio** como una voz femenina que significa **Relación** cuantificada entre dos magnitudes que refleja su proporción, es decir, la **Razón** de dos magnitudes relacionadas.

Esta palabra es muy utilizada en el mundo económico queriendo expresar con ella una Relación cuantitativa entre dos fenómenos que refleja una situación concreta de rentabilidad, de nivel de inversiones, etc. Los ratios son indicadores que permiten comparaciones interempresariales.

Supongamos que tenemos un bote de pintura, y denominamos "**a**" a la cantidad de colorante que contiene y por "**b**" la cantidad de pintura total.

Podríamos entonces decir que **la ratio** (proporción) colorante, pintura para sacar nuestro color favorito será:

Ratio (color/pintura)=**a**/**b**

Pero podría interesarnos saber cuántas partes de colorante debemos echar por **una** parte de pintura.

A la expresión obtenida le vamos a llamar: **tanto por uno** (tantas parte de colorante por una de pintura). Lo expresamos con el símbolo **1/1**.

$$\frac{a}{b}=\frac{\frac{a}{b}}{\frac{b}{b}}=\frac{\frac{a}{b}}{1}$$

Tanto por uno (1/1)

Pero si ahora tuviésemos un bote con 100 partes de pintura la porción de colorante sería:

$$\frac{a}{b}=\frac{\frac{a}{b}}{1}\cdot\frac{100}{100}=\frac{\frac{a}{b}\cdot 100}{100}=\frac{a}{b}\cdot 100\%$$

Es decir, multiplicaríamos el tanto por uno correspondiente (**a**/**b**) por 100.

Esta ratio es muy usada como referencia, hablándose de una proporción en tanto por ciento. Tantas partes de colorante por cien partes de pintura. Lo expresamos con el símbolo **%**.

De la misma manera podríamos expresar la proporción en **tantos por mil**, en **tantos por diez mil** (*puntos básicos)* en **partes por millón**, etc, indicando cada proporción con un sufijo determinado, **‰**, **0/000**, **ppm.**

### 3.1 Porcentajes y descuentos

Es frecuente el uso en el entorno cotidiano de proporciones expresadas como porcentajes, que reciben nombres particulares según el contexto, pero cuyo fundamento matemático, su operatividad es la misma.

Cuando nos piden el porcentaje de cierta cantidad, nos están pidiendo que determinemos la cuarta proporcional de la igualdad entre dos razones.

Si nos dicen: ¿Cuánto será el 23% de 1750 €?

Podríamos establecer la siguiente igualdad de razones, donde X va a representar al término desconocido:

$$\boxed{\frac{23}{100} = \frac{X}{1750}} \Longrightarrow \boxed{X = \frac{23.1750}{100} = 402{,}5\ €}$$

- Podemos encontrarnos que los porcentajes hallados tengamos que sumarlos al principal, por ejemplo cuando añadimos el I.V.A al precio de un artículo, en este caso el procedimiento seguido sería:

$$\text{PAGAMOS} = \text{Precio} + X\,\%\,(\text{Precio}) = \text{Precio} + \frac{x}{100}.\ \text{Precio} = \text{Precio}\,.\,(1+\frac{x}{100}) = \text{Precio}.(1+X\,\%)$$

*Analicemos el siguiente ejemplo:*

***El precio de un ordenador es de 1200 € sin IVA. ¿Cuánto hay que pagar por él si el IVA es del 16%?***

Un procedimiento largo nos llevaría a realizar las siguientes operaciones:

El porcentaje del IVA (impuesto sobre el valor añadido) será una cantidad a añadir al precio, calculemos dicha cantidad.

$$\frac{16}{100} = \frac{X\ €}{1200\ €} \Longrightarrow X = \frac{(16).1200}{100} = 192€$$

Luego pagaremos= 1200 € + 192 € =1392 €

Por el procedimiento corto utilizando la expresión deducida más arriaba, tendríamos:

Pagaremos = 1200 € .(1+0,06)=1200.(1,06) = **1272 €**

- Podemos encontrarnos que a los porcentajes hallados tengamos que restarlos del principal, por ejemplo cuando nos hacen un descuento.

En estos casos podemos aplicar el siguiente procedimiento que nos facilita el cálculo.

$$\text{PAGAMOS} = \text{Precio} - x\,\%.(\text{Precio}) = \text{Precio} - \frac{x}{100}.\text{Precio} = \text{Precio}.(1-\frac{x}{100}) = \text{Precio}.(1-x\,\%)$$

Veamos el siguiente ejemplo:

***Al adquirir un vehículo cuyo precio es de 8800 €, nos hacen un descuento del 7,5%. ¿Cuánto hay que pagar por el vehículo?*** **Método largo**

$$\frac{\text{Descuento}}{8800\ €} = \frac{7{,}5}{100} \Rightarrow \textit{Descuento} = \frac{(7{,}5).8800\ €}{100} = 660€$$

**Método corto**

$$\text{PAGAMOS} = \text{Precio} - x\,\%\,(\text{Precio}) = \text{Precio}.(1 - 0,x)$$

$$\text{PAGAMOS} = 8800\ €.(1 - 0{,}075) = 8800\ €(0{,}925) = 8140\ €$$

**Ejercicio 19**

***El 60% de los empleados de una empresa llegan al trabajo en autobús. Si el número total de empleados es 1.200, ¿cuántos llegan en autobús?***

**Ejercicio 20**

***En una votación participan 300 personas. ¿Qué tanto por ciento de los votos obtuvo un candidato que fue votado por 60 personas?***

**Ejercicio 21**

***Lourdes tiene un depósito bancario de 4000 € que le da un 4% anual. ¿Qué interés le produce su capital al final de año? ¿Y en 5 años?***

### 3.2 Interés Bancario

Cuando realizamos una operación bancaria suelen intervenir las siguientes cantidades:

- Capital: Cantidad de dinero que se deposita o se solicita al banco. Se representa por c.
- Tipo de interés o rédito: Dinero que paga el banco (o cobra) por cada 100 euros. Se representa por r.
- Interés: Cantidad de dinero que paga el banco (o cobra) por el capital que hemos depositado (o solicitado). Se representa por i.
- Tiempo: Número de días, meses o años que permanece el capital en el banco. Se representa por t.

El importe del interés **i** que produce una cantidad de dinero viene dado por la fórmula:

$$i = \frac{c.r.t}{100} = 160\ €$$

En la anterior fórmula, si el tiempo viene expresado en meses, el denominador se multiplica por 12 y pasa a ser 1200. Si el tiempo viene expresado en días, el denominador se multiplica por 365 y pasa a ser 36500.

**ENLACES DE INTERÉS**

Para saber más:

*Puedes acceder a esta página donde se trata este apartado:*
*http://descartes.cnice.mec.es/materiales_didacticos/Proporcionalidad_lbc/repdirectprop.htm*

Para saber más:

*Puedes acceder a esta página donde se trata este apartado:*
*http://descartes.cnice.mec.es/materiales_didacticos/Porcentajes_e_indices/porcentaje.htm*

## 4. Autoevaluación.

1. Si “**n**” es un número entero, señala en cada caso cuál es la solución que corresponde a la siguiente expresión: $\mathbf{n^6.n^3.n}$ =
   a. $n^8$
   b. $n^{10}$
   c. $n^9$

2. Si **“n”** es un número entero, señala en cada caso cuál es la solución que corresponde a la siguiente expresión: $\mathbf{(n^3)^5}$ =
   a. $n^3$
   b. $n^{15}$
   c. $n^8$

3. Señala cuál es la solución que corresponde a la siguiente expresión: $\mathbf{-\ 3^4}$ a. -81
   b. 81
   c. -12

4. Cuál es el inverso del número $\mathbf{6^{-3}}$
   a. $-6^3$
   b. $1 / 6^{-3}$
   c. $1 / 6^3$

5. ¿Cómo expresarías en forma de potencia el siguiente número: 0,000000000007? a. $7 \cdot 10^{-12}$
   b. $7 \cdot 10^{-13}$
   c. $7 \cdot 10^{-11}$

6. La potencia $10^{-6}$ puede expresarse mediante una letra griega. Cuál es dicha letra y el nombre de la potencia que representa.

   a. β, mu, micro
   b. Ω, alfa, micro
   c. , mu, micro

7. El cociente de estos dos números $3^{-2} : 3^2$ es.

   a. 1
   b. $3^{-4}$
   c. $3^4$

8. Operando la siguiente expresión $(3^{-2} : 3^2)$ resulta:

   a. 1
   b. $3^{-4}$
   c. $3^4$

9. El resultado de esta operación $(-2/3)^3.(2/3)^5 =$ es:

   a. $(2/3)^8=$
   b. $(-2/3)^8$
   c. $-(2/3)^8$

10. El resultado de la siguiente operación $(2^3 + 2^5 = )$ es:

   a. $2^8$
   b. $2^3.5$
   c. 64

11. Escribe en forma de producto y calcula las siguientes potencias:

   a) $2^5 = 2x2x2x2x2 = 32$
   b) $4^4 = 4x4x4x4 = 256$
   c) $3^4 = 3x3x3x3 = 81$
   d) $1^3 = 1x1x1 = 1$

12 Rellena la siguiente tabla:

| Potencia | Base | Exponente | Signo (+/-) | Valor |
|---|---|---|---|---|
| $2_3$ | 2 | 3 | + | 8 |
| $(-3^2)$ | -3 | 2 | + | 9 |
| $(-2)^3$ | -2 | 3 | - | -8 |
| $-2^2$ | 2 | 2 | - | -4 |

13 ¿Por qué hemos dicho que $-2^2$ vale - 4, si la base es positiva y el exponente par?

Esta situación es fácil de confundir en el cálculo por ello debemos fijarnos que el signo de la potencia **no está afectado** por el exponente.

También debemos saber que esta expresión representa el **producto de dos números**, uno de los cuales no aparece, están implícito en la operación, si lo afloramos podríamos poner que:

$$-2^2 = (-1).2^2 = (-1).4 = -4$$

No aparece el 1 pues representa al elemento neutro de la operación de multiplicar. Pero si su signo, por ser entero negativo.

Y por la regla de los signos **(-)**.(+) será **(-)**

14. Resuelve:

a. $-(-2^3) = (-1).((-1).2^3)=2^3= 8$
b. $-5^2 = (-1).5^2 =25$
c. $-(2)^5 = (-1).2^5= 32$
d. $(-3)^4 = (-3).(-3).(-3).(-3)= 81$

15 Escribe en forma de producto y calcula:

a. $(-3)^4 = -3 \times -3 \times -3 \times -3 = 81$
b. $(-1)^5 = -1 \times -1 \times -1 \times -1 \times -1 = -1$
c. $(-2)^3 = -2 \times -2 \times -2 = -8$
d. $(-2)^6 = -2 \times -2 \times -2 \times -2 \times -2 \times -2 = 64$
e. $(-3)^5 = -3 \times -3 \times -3 \times -3 \times -3 = -243$
f. $(-2)^8 = -2 \times -2 \times -2 \times -2 \times -2 \times -2 \times -2 \times -2 = -256$

16 Expresa una potencia fraccionaria como cociente de potencias enteras:

$(-2/3)^3 =$ $\left(-\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{(-2)^3}{(3)^3} = -\frac{2^3}{3^3} = -\frac{8}{27}$

17 Expresa un cociente de potencias enteras como potencia fraccionaria:

$\frac{5^4}{6^4} =$ $\frac{5^4}{6^4} = \left(\frac{5}{6}\right)^4$

18 Escribe como producto de potencias:

a. $(2 \cdot 4)^3 = 2^3 \times 4^3$

b. $(3 \cdot 2)^5 = 3^5 \times 2^5$

c. $(7 \cdot 2)^2 = 7^2 \times 2^2$

d. $(10 \cdot 5)^3 = 10^3 \times 5^3$

19 Escribe en forma de una sola potencia:

a. $3^4 \cdot 3^5 = 3^9$

b. $2^5 \cdot 2^2 \cdot 2^2 = 2^9$

c. $4^4 \cdot 4^2 \cdot 4 = 4^7$

d. $5 \cdot 5^2 = 5^3$

20 Escribe en forma de una sola potencia:

a. $2^5 : 2^3 = 2^2$

b. $5^{12} : 5^2 = 5^{10}$

c. $10^8 : 10^3 = 10^5$

d. $(-10)^5 : (-10)^2 = (10)^3$

21 Escribe en forma de una sola potencia:

a. $(3^2)^5 = 3^{10}$

b. $(2^2)^7 = 2^{14}$

c. $(5^2)^3 = 5^6$

d. $(2^2)^3 = 2^6$

e. $\{(-10)^2\}^3 = (-10)^6$

f. $(3_{-2})_5 = 3_{-10}$

22 Expresa en forma de producto de potencias las siguientes expresiones:

a) $(2.5)^6 = 2^6 \,.\, 5^6$

b) $(3.4)^2 = 3^2 \,.\, 4^2$

c) $(2.8)^3 = 2^3 \,.\, (2^3)^3 = 2^{12}$

23 Resuelve las siguientes potencias.

*a)* $3^5 : 3^4 = 3^{5-3} = 3$

*b)* $\frac{5^6}{5^3} = 5^{6-3} = 5^3$

24 ¿Son potencias de la misma base $(-3)^3$ y $(3)^2$?

Si has respondido NO, has acertado y además recuerdas bien el tema sobre los números.

Pues efectivamente **(-3)** es un número **Entero** y **(3)** es un número **Natural**.

Podríamos proceder del siguiente modo:

$(-3)^3 \cdot (3)^2 = ((-1).(3))^3.(3)^2 = (-1)^3.(3)^3.(3)^2 = (-1)^3.(3)^5 = -(3)^5$

25 Expresa las potencias dadas con exponente positivo.

a) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(-\frac{3}{2}\right)^3$

b) $\left(\frac{1}{5}\right)^{-2} = 5^2$

26 Expresa la resolución del microscopio fotónico y electrónico en potencias de base diez de la unidad patrón de medida de longitudes (metro).

a. Microscopio fotónico resolución: 0,2 µm. = $10^{-6}$ El prefijo µ equivale a una potencia de base 10 de valor: $10^{-6}$

b. Microscopio electrónico resolución: 0,2 nm = $10^{-9}$
El prefijo n equivale a una potencia de base 10 de valor: $10^{-9}$

27 Escribe en forma de una sola potencia:

a. $3^4 \cdot 3^5 = 3^9$
b. $2^5 \cdot 2^2 \cdot 2^2 = 2^9$
c. $4^4 \cdot 4^2 \cdot 4 = 4^7$
d. $5 \cdot 5^2 = 5^3$

28 Escribe en forma de una sola potencia:

a. $2^5 : 2^3 = 2^2$
b. $5^{12} : 5^2 = 5^{10}$
c. $10^8 : 10^3 = 10^5$
d. $(-10)^5 : (-10)^2 = (-10)^3$

29 Calcula el valor de las siguientes potencias:

a) $(-3)^4 = 81$
b) $(-1)^5 = -1$
c) $(-2)^3 = -8$
d) $(-2)^6 = 64$
e) $(-3)^5 = -243$
f) $(-2)^8 = 256$

30 Escribe como producto de potencias:

a. $(2 \cdot 4)^3 = 2^3 \times (2^2)^3 = 2^9 = 512$
b. $(3 \cdot 2)^5 = 3^5 \times 2^5 = 7776$
c. $(7 \cdot 2)^2 = 7^2 \times 2^2 = 196$
d. $(10 \cdot 5)^3 = 10^3 \times 5^3 = 125000$

## ACTIVIDADES RESUELTAS

31 Si “n” es un número entero, señala en cada caso cuál es la solución que corresponde a la siguiente expresión: **$n^6.n^3.n$ =**

a. $n^8$
**X** b. $n^{10}$
c. $n^9$

32 Si “n” es un número entero, señala en cada caso cuál es la solución que corresponde a la siguiente expresión: $(n^3)^5$ =

a. $n^3$
**X** b. $n^{15}$
c. $n^8$

33 Señala cuál es la solución que corresponde a la siguiente expresión: $-3^4$

**X** a. -81
b) 81
c) -12

34 Cuál es el inverso del número $6^{-3}$

a. $-6^3$
b. $1 / 6^{-3}$
**X** c) $1 / 6^3$

35 ¿Cómo expresarías en forma de potencia el siguiente número: 0,000000000007?

**X** a) $7 \cdot 10^{-12}$
b) $7 \cdot 10^{-13}$
c) $7 \cdot 10^{-11}$

36 La potencia $10^{-6}$ puede expresarse mediante una letra griega. Cuál es dicha letra y el nombre de la potencia que representa.

a. β, mu, micro

b. Ω, alfa, micro

X c) , mu, micro

37 El cociente de estos dos números $3^{-2} : 3^{2}$ es.

a) 1

X b) $3^{-4}$

c) $3^{4}$

38 Operando la siguiente expresión $(3^{-2} : 3^{2})$ resulta:

a) 1

X b) $3^{-4}$

c) $3^{4}$

39 El resultado de esta operación $(-2/3)^{3}.(2/3)^{5}$ = es:

a. $(2/3)^{8}$

b. $(-2/3)^{8}$

X c) $-(2/3)^{8}$

40 -l resultado de la siguiente operación ($2^{3} + 2^{5}$ = ) es:

a. $2^{8}$

X b) $2^{3}.5$

c) 64