CGAB
CEPA Gustavo Adolfo Bécquer

Modulo 1 ACT. Parte nº 1.
Tema 2:
Números fraccionarios y decimales.
Operaciones básicas

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN

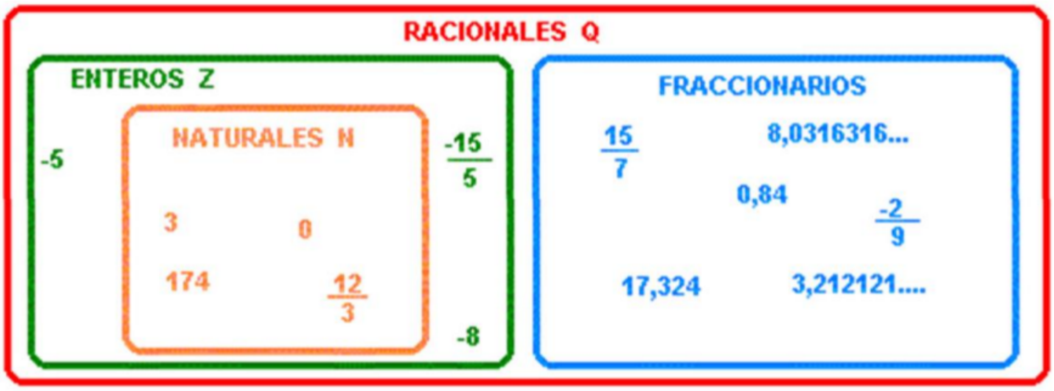


Imagen nº 1 Los números Racionales y decimales. Fuente: http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Fracciones_decimales_porcentajes/Fracciones_4.htm
Autor: Desconocido. Licencia: CC

1) LAS FRACCIONES.

1.1 CONCEPTO

Una fracción es el cociente de dos números. Es una o varias partes iguales en que dividimos la unidad. Representan siempre una cierta parte de "algo". Ese "algo" es la unidad que elegimos.

La fracción es un par de números naturales a y b en la forma $\frac{a}{b}$

¡Cuidado! No podemos dividir por cero, luego el numero b no puede ser 0

Los elementos que forman la fracción son:

- El ***numerador***. Es el número de arriba, indica las partes que tenemos del todo.
- El ***denominador*** es el numero de abajo, indica el numero de partes en que hemos dividido la unidad o el todo.
- La raya de la fracción, es una raya horizontal que los separa.

- Como una parte de la unidad. Se divide a la unidad en tantas partes iguales como indica el denominados y se tomas las partes que indique el numerador.
- Como una división. El numerador es el dividendo y el denominador es el divisor

$$\frac{3}{4} = 3:4 = 0{,}75$$

- Como un operador. Cuando hay que hallar la fracción de un número, se multiplica la fracción por el numero (se multiplica el numerador por el número y se divide el resultado entre el denominador)

$$\frac{3}{4} \text{ de } 20 = \frac{3}{4} \bullet 20 = \frac{3 \bullet 20}{4} = 15.$$

- Una fracción nos sirve para expresar la razón que guardan dos magnitudes proporcionales.
- Una fracción también es un tanto por ciento.

Veamos ahora cómo se leen las fracciones.
Primero se lee el numerador como cualquier número, después se lee el denominador de esta manera:

- Si es el 1 se lee enteros.
- Si es el 2 se lee medios.
- Si es el 3 se lee tercios.
- Si es el 4 se lee cuartos.
- Si es el 5 se lee quintos
- Si es el 6 se lee sextos
- Si es el 7 se lee séptimos
- Si es el 8 se lee octavos
- Si es el 9 se lee novenos
- Si es el 10 se lee décimos
- Si es más de 10 se lee el número terminado en avos. Ejemplo onceavos, doceavos, treceavos, ...
- Cuando el denominador es mayor de 11, se le añade la terminación "**avos**".

1.2 FRACCIONES EQUIVALENTES

Las fracciones equivalentes tienen distinto numerador y denominador, pero valen los mismo.

Para obtener otra fracción equivalente a una dada nos basta con multiplicar o dividir sus términos por el mismo número.

Productos cruzados. Para comprobar si dos fracciones son equivalentes o no, el método más fácil es el de los productos cruzados.

Multiplicamos sus términos en aspa: El producto del numerador de una fracción por el denominados de la otra ha de dar el mismo número en ambos casos.

Veámoslo con un gráfico:

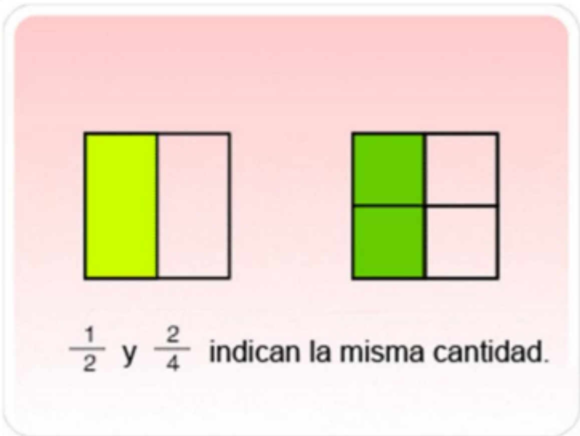
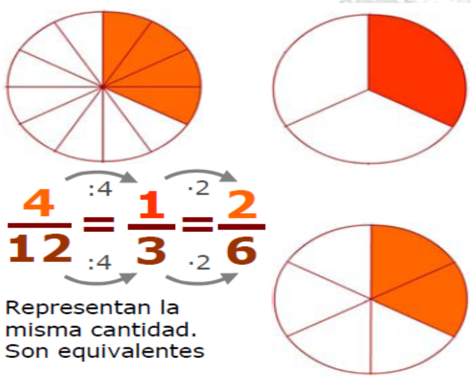
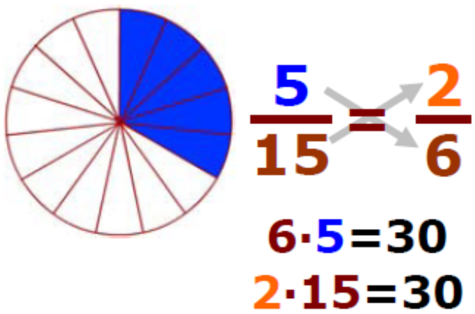


Imagen nº 2: Fracciones equivalentes
Fuente: https://es.wikipedia.org/wiki/Fracci%C3%B3n
Autor: Desconocido Licencia: Dominio público

Para obtener fracciones equivalentes a una dada basta con multiplicar o dividir el numerador y del denominador por el mismo número. Si obtenemos fracciones equivalentes mediante multiplicaciones, se denominan fracciones amplificadas. Si obtenemos fracciones equivalentes mediante divisiones, se denominan fracciones simplificadas

En general, cualquier fracción de la forma -a/b es equivalente a la fracción a/-b, pero resulta más cómodo tener el signo negativo (-) en el numerador.





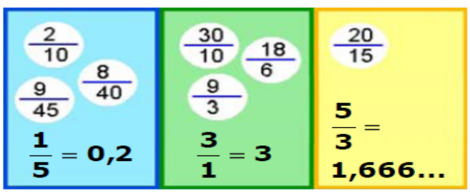


Imagen: Fracciones equivalentes Fuente: https://es.wikipedia.org/wiki/Fracci%C3%B3n Autor: Desconocido. Licencia: Dominio público

1.3 FRACCIONES PROPIAS E IMPROPIAS

Podemos apreciar el valor de una fracción si nos fijamos en su numerador y su denominador.

• Si el numerador es más pequeño que el denominador, entonces la fracción vale menos de 1 y se denomina **propia**.

Ejemplos: a) $\frac{4}{6} < 1$ b) $\frac{2}{5} < 1$

• Si el numerador es igual al denominador, entonces la fracción vale 1.

Ejemplos: a) $\frac{6}{6} = 1$ b) $\frac{3}{3} = 1$

• Si el numerador es mayor que el denominador, entonces la fracción vale más de 1 y se denomina **impropia**.

Ejemplos: a) $\frac{4}{3} > 1$ b) $\frac{7}{5} > 1$

En resumen:

- Si el numerador < denominador, la fracción vale < 1 y se denomina impropia.
- Fracción propia se denomina si numerador = denominador, por lo que la fracción = 1.
- Fracción impropia es también cuando numerador > denominador, la fracción es mayor que 1

1.4 SIMPLIFICACIÓN DE FRACCIONES

Simplificar una fracción es convertirla en otra equivalente cuyos términos sean números más pequeños.

Todas las fracciones equivalentes entre sí representan el mismo valor. Por tanto, nos interesa emplear la fracción más simple, es decir la que tenga menor numerador y denominador; a esa fracción se le llama **fracción irreducible.**

Para simplificar, si multiplicamos o dividimos al numerador y al denominador por el mismo número obtenemos otra fracción equivalente.

Para simplificar una fracción debemos buscar un número que sea divisor del numerador y del denominador para dividirlos por él.

Para simplificar una fracción y obtener su fracción irreducible, se calcula el máximo común divisor (m.c.d) del numerador y del denominador y se dividen ambos por dicho número (m.c.d).

Ejemplo: Vamos a simplificar la fracción $\frac{24}{36}$ hasta calcular su fracción irreducible:

Calculamos el máximo común divisor del numerador y del denominador.
m.cd. (24,36) = 12 y dividimos el número y el denominador por ese número.

24:12 = 2
36:12 = 3 por lo que la fracción irreducible será 2/3

1.5 FRACCIONES COMO OPERADOR

Una de las aplicaciones que hacemos de las fracciones es cuando las utilizamos como operador. Aplicamos la fracción a otro números o cantidad. En estos casos, a fracción está realizando la operación de multiplicar.
Para multiplicar un número por una fracción, lo multiplicamos por el numerador y lo dividimos por el denominador, También podemos hacer la división primero y multiplicar el resultado por el numerador.

Ejemplo 1:

En la frutería hay 20 melones, si vende 3/4 del total, ¿cuántos melones habría vendido?

$$\frac{3}{4} \cdot 20 = \frac{3 \cdot 20}{4} = 15$$

Se venderían 15 melones.

Ejemplo 2

Una persona recibe $\frac{2}{6}$ de un premio. Si ha recibido 2300 euros, ¿Cuánto era el premio en total?
El premio se ha dividido en 6 partes, de las cuales esa persona ha recibido 2 partes. Por lo tanto, habrá que dividir la cantidad entre 2 y multiplicar por 6

2300:2= 1150;
1150x6 = 6900 EUROS ES EL PREMIO

1.6 REDUCCIÓN DE FRACCIONES A DENOMINADOR COMÚN

Para pasar fracciones a común denominador el método más adecuado es el mínimo común múltiplo de los denominadores, se siguen estos pasos:

1. Se halla el mínimo común múltiplo de los denominadores y se pone de denominador de cada una.
2. Para hallar cada uno de los nuevos numeradores se divide ese número por el denominador de la fracción y se multiplica por su numerador.

Ejemplo:

Vamos a reducir a común denominador las siguientes fracciones

$$\frac{3}{10} \quad \frac{7}{12} \quad \frac{4}{15}$$

10= 5.2
12= 2^2.3
15= 5.3
m.c.m (10,12,15) = 2^2.3.5 = 60

$$\frac{3}{10} = \frac{3.6}{60} = \frac{18}{60}$$

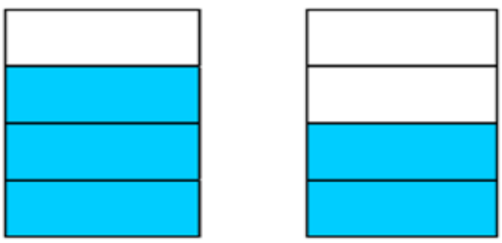
$$\frac{7}{12} = \frac{7.5}{60} = \frac{35}{60}$$

$$\frac{4}{15} = \frac{4.4}{60} = \frac{16}{60}$$

1.7 COMPARACIÓN DE FRACCIONES.

Vamos a distinguir entre dos tipos de fracciones:

1-De <u>igual Denominador</u>: se ordenan los numeradores y la fracción mayor será la que tenga mayor numerador.



$$\frac{3}{4} > \frac{2}{4}$$

2- De distinto denominador: Debemos reducir las fracciones a común denominador y después se aplica el criterio anterior tal y como muestras el siguiente ejemplo.

$\frac{2}{5}$ y $\frac{3}{7}$; como m.c.m. (5,7) = 35, tenemos $\frac{2}{5}=\frac{14}{35}$ y $\frac{3}{7}=\frac{15}{35}$; de donde se deduce que $\frac{15}{35}>\frac{14}{35}$ al ser mayor el numerador, y por lo tanto: $\frac{3}{7}>\frac{2}{5}$.

2- OPERACIONES CON NÚMEROS RACIONALES.

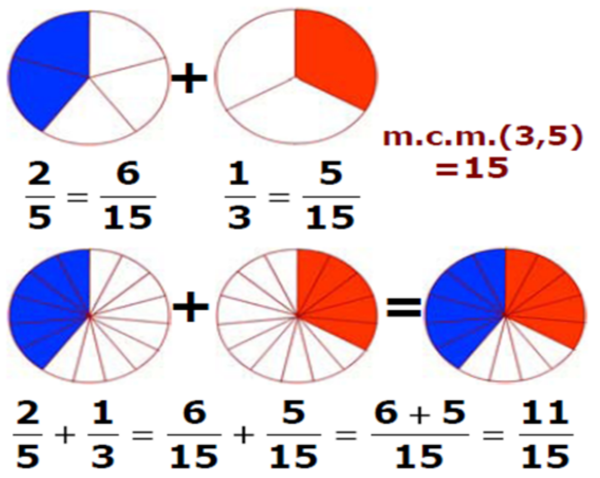
Observad la utilización de los números racionales en el siguiente texto:

Uno de los matemáticos que más fama dieron a Alejandría fue Diofanto, quien vivió en la época de Pappo (siglo IV). Diofanto se consagró al álgebra, y ha legado a la posteridad el término ecuaciones diofánticas, que se refieren a las de soluciones enteras. Un epigrama griego nos narra de forma concisa su vida:
Fue muchacho **1/6** de su vida, su barba creció luego **1/12** más, se casó **1/7** después, tuvo un hijo cinco años más tarde, que vivió la mitad de la edad de su padre, el cual murió cuatro años después de su hijo.

2-1 Suma y resta de números racionales.

Para sumar fracciones es necesario que tengan todo el mismo denominador.

- Con igual denominador; el denominador será el mismo y el numerador será la suma de los numeradores.
- Con distinto denominador; se pasan a común denominador, es decir, se cambian por otras equivalentes a ella, pero con el mismo denominador todas, y ya se pueden sumar.



$$\frac{3}{5}+\frac{2}{3}-\frac{1}{6}= \qquad \text{m.c.m.}(3,5,6)=30$$

$$\frac{18}{30}+\frac{20}{30}-\frac{5}{30}=\frac{18+20-5}{30}=$$

$$=\frac{33}{30}=\frac{11}{10}$$

2.2- Multiplicación de números racionales.

Para **multiplicar fracciones** no hace falta pasarlas a común denominador, se multiplican directamente.
Multiplicamos sus numeradores y lo ponemos de numerador, multiplicamos sus denominadores y lo ponemos de denominador.

2.2.1- Números inversos

La inversa de una fracción es otra fracción que al ser multiplicada por ella da la fracción unidad.
La fracción que tiene el numerador y denominador intercambiados respecto de ella, es su **fracción inversa**

A/B decimos que su inversa es B/A

2.3- Divisiones de números racionales.

Al dividir dos números racionales obtendremos otros números racional cuyo denominador será la multiplicación del numerador de la primera por el denominador de la segunda y cuyo denominador será la multiplicación del denominador de la primera por el numerador de la segunda. Observamos que es como si se multiplicaran en cruz.

$$\frac{3}{4}:\frac{6}{10}=\frac{3\cdot 10}{4\cdot 6}=\frac{30}{24}=\frac{5}{4}$$

Dividir una fracción por otra es lo mismo que multiplicar la primera fracción por la inversa de la segunda fracción.

$$\frac{7}{2}:\frac{5}{9}=\frac{7}{2}\cdot\frac{5}{9}=\frac{63}{10}$$

2.4. Operaciones combinadas. Jerarquía de operaciones.

Para realizar operaciones combinadas hay que seguir la misma jerarquía que se ha usado con los números naturales y enteros.

El procedimiento sería el siguiente:

- ✓ Primero resolvemos corchetes y paréntesis
- ✓ Potencias y raíces
- ✓ Multiplicaciones y divisiones de izquierda a derecha
- ✓ Por último, sumas y restas de izquierda a derecha.
- ✓ La fracción que resulte se simplificara lo máximo posible siempre.

3) NÚMEROS DECIMALES.

Un decimal es un número fraccionario y se indica por medio de dígitos después de un punto llamado punto decimal, este punto nos sirve para escribir valores más pequeños de la unidad, como son las décimas, las centésimas, milésimas.... etc

Décimas, centésimas y milésimas son ordenes decimales. En un número decimal representamos la unidades decimales situándolas a la derecha de las unidades y separadas por una coma. En lso numeor adecimales distinguimos dos partes: parte entera y la parte decimal.

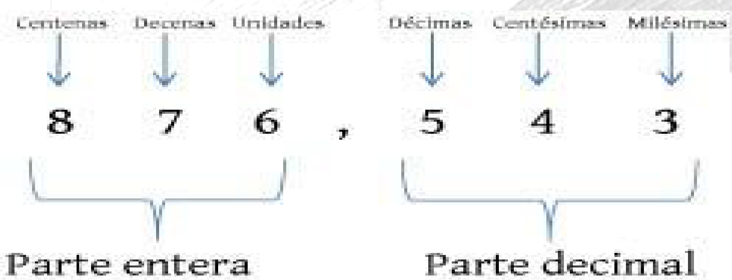


Imagen. Partes de los números decimales. Autor: Ana Jose Garcia Tejas

TABLA DE VALOR POSICIONAL DE NÚMEROS NATURALES

TERCER PERIODO BILLONES						SEGUNDO PERIODO MILLONES						PRIMER PERIODO UNIDADES SIMPLES					
MILLARES DE BILLONES			UNIDADES DE BILLONES			MILLARES DE MILLONES			UNIDADES DE MILLONES			MILLARES			UNIDADES		
MIL			BILLON-ES			MIL			MILLON-ES			MIL					
C	D	U	C	D	U	C	D	U	C	D	U	C	D	U	C	D	U
2	3	8	6	2	1	0	7	8	9	5	7	3	5	0	5	2	3

TABLA DE VALOR POSICIONAL DE NÚMEROS DECIMALES

ENTEROS			PUNTO	DECIMALES								
1	4	2	●	2	4	6	3	2	1	4	5	2
				DECIMO S	CENTÉSIMOS	MILÉSIMOS	DIEZMILÉSIMOS	CIENMILÉSIMOS	MILLONÉSIMOS	DIEZMILLONÉSIMOS	CIENMILLONÉSIMOS	MILMILLONÉSIMOS

Imagen Tabla de valor posicional de los números naturales. :https://www.pinterest.com.mx/pin/732609064407441015/

Las fracciones que tienen por denominador la unidad seguida de ceros se llaman fracciones decimales.

3.1. Relación entre fracciones y decimales.

Hay una correspondencia entre los números decimales y los racionales, y es que a cada número decimal podemos hacerle corresponder una fracción decimal.

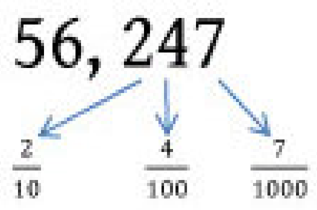


Imagen. Correspondencia de numero decimal o fracción. Autor: Ana José García

3.1.1. ¿Cómo se escribe una fracción decimal en forma de número decimal?

- Se escribe sólo el numerador y se separan con una coma, a partir de la derecha, tantas cifras decimales como ceros tenga el denominador.
  Ejemplos: $\frac{1}{10} = 0{,}1$ $\quad \frac{32}{10} = 3{,}2$ $\quad \frac{413}{1000} = 0{,}413$

- La coma se puede colocar abajo o arriba; es decir, la podrás ver así 3,6 y así 3’6.

Para leer un número decimal se dice primero la parte entera, seguida de la palabra “unidades” o “enteros” y después se lee la parte decimal acabando con el nombre del lugar que corresponde a la ultima cifra decimal.

3.1.2.¿Cómo se escribe una fracción ordinaria en forma de número decimal?

Para escribir una fracción en forma decimal se divide el numerador entre el denominador. Por ejemplo, para convertir $\frac{4}{9}$ en forma de número decimal tenemos que dividir el numerador entre el denominador:

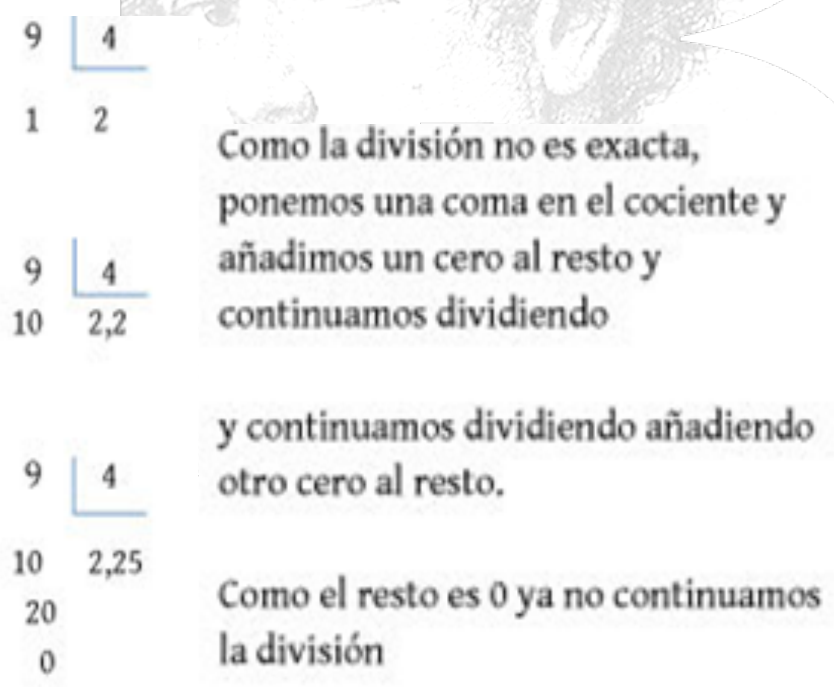


Imagen: Ejemplo de pasar de una fracción a un número decimal. Autor Ana José García

Si obtenemos en la división resto cero decimos que es un **decimal exacto**.

Si obtenemos un número decimal con infinitas cifras decimales que se repiten indefinidamente se le llama **decimal periódico**. Y al conjunto de cifras que se repiten se le llama **periodo**.

Cuando en un número decimal el período empieza justo detrás de la coma, se dice que el **decimal es periódico puro**.

Si entre la coma y el periodo hay varias cifras decimales, se llama **decimal periódico mixto**. A las cifras que hay antes del periodo se llama **anteperiodo**.

3.1.3. Cálculo de fracciones generatrices.

Un número decimal se puede expresar en forma de fracción llamada generatriz

Un **número decimal exacto:** en el numerador se coloca el mismo número sin coma y en el denominador se coloca un 1 y tantos ceros como decimales tenga el número.

$$4{,}3 = \frac{43}{10}; \qquad 0{,}58 = \frac{58}{100}; \qquad 3{,}745 = \frac{3745}{1000}$$

Un **número decimal periódico puro**: en el numerador se coloca el mismo número sin coma y se le resta la parte entera y en el denominador se colocan tantos 9 como números tenga el periodo.

$$3{,}\widehat{16} = \frac{316-3}{99} = \frac{313}{99}; \quad 0{,}\widehat{2345} = \frac{2345-0}{9999} = \frac{2345}{9999}$$

Un **número decimal periódico mixto**: en el numerador se coloca el mismo número sin coma y se le resta la parte entera y la parte decimal que no se repite y en el denominador se colocan tantos 9 como números tenga el periodo y tantos 0 como decimales no periódicos tenga.

$$0{,}01\widehat{6} = \frac{16-1}{900} = \frac{15}{900} = \frac{1}{60}$$

3.2. Ordenación y representación de números decimales.

Para ordenar se compara cifra por cifra, es decir:

1. La parte entera.
2. Si tienen la misma parte entera, nos fijamos en las décimas.
3. Si tienen las décimas iguales, nos fijamos en las centésimas...etc.

Un número decimal es mayor que otro, si al representarlo en la recta numérica queda más a la derecha.

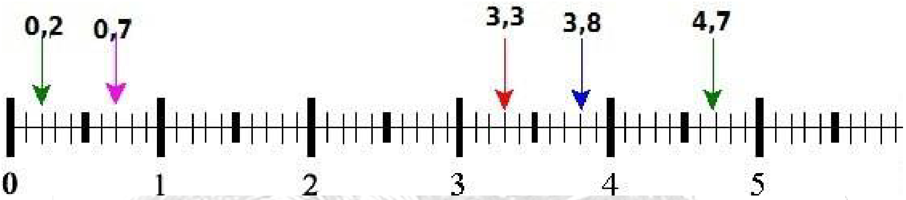


Imagen: Representación de números decimales. Autor: Ana José García

3.3. Operaciones con decimales.

3.3.1. Suma y resta de números decimales.

Para sumar y restar dos nuemros decimales hacemos lo siguiente:

1. Colocamos los números uno debajo del otro alineados por la coma.
2. Si no tienen el mismo número de cifras decimales, completamos con ceros aquel que tiene menos para igualarlo al otro término.
3. Se realiza la suma y la resta y colocamos la coma alineada con los términos que operamos.

3.3.2. Multiplicación de un número decimal por la unidad seguida de ceros.

Desplazamos la coma hacia la derecha tantas posiciones como ceros tiene el número. Si no hay suficientes lugares se añaden ceros a la derecha del número.

Ejemplos:

0,82 x 10 = 8,2; 2,68 x 100 = 268; 6,6 x 1000 = 6600

3.3.3. Multiplicación de números decimales.

Para multiplicar dos números decimales hacemos lo siguiente:

1. Colocamos los números decimales uno debajo del otro alineados a la derecha.
2. Multiplicamos como si fueran números naturales.
3. En el resultado ponemos la coma empezando a contar por la derecha, tantas cifras como la suma de decimales de los dos factores.

3.3.4. División de un número decimal por la unidad seguida de ceros.

Desplazamos la coma hacia la izquierda tantos lugares como ceros tiene la unidad. Si no hay suficientes cifras para desplazar la coma, añadimos ceros.

Ejemplos:
92: 10 = 9.2; 75 : 1000 = 0,075; 8,5 : 1000 = 0,0085

3.3.5. División de un número decimal entre un número natural.

Para dividir un número decimal entre un número natural se divide la parte entera y cuando se llega a la parte decimal se pone la coma en el cociente y se sigue dividiendo.

3.3.6. División de dos números decimales.

Para dividir dos números decimales lo primero es quitar los decimales del divisor, por lo que en el dividendo se desplaza la coma hacia la derecha tantos lugares como cifras decimales tiene el divisor. Si el dividendo tiene menos cifras decimales que el divisor, se añaden ceros a la derecha.

4) RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS UTILIZANDO NÚMEROS RACIONALES Y DECIMALES.

• Lee atentamente el enunciado del problema. (Entiendo el problema, lo planteo…)
• Fíjate qué cosa es lo que te pide que calcules.
• Mira los datos con los que cuentas.
• Haz un dibujo o esquema del problema. Representación grafica
• Decide las operaciones que debes realizar hasta llegar al resultado.
• Resuélvelo con orden.
• Pon las unidades en el resultado.
• Observa el resultado, mira si el resultado es lógico o no. Puede ser que en algo te hayas confundido.