

CEPA GUSTAVO ADOLFO BÉCQUER

AMBITO CIENTÍFICO TECNOLÓGICO. 4º ESPAD.

Profesor: Juan Antonio.

EJERCICIOS RESUELTOS – RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

Como punto de partida vamos a analizar los elementos de un triángulo rectángulo

Hipotenusa:

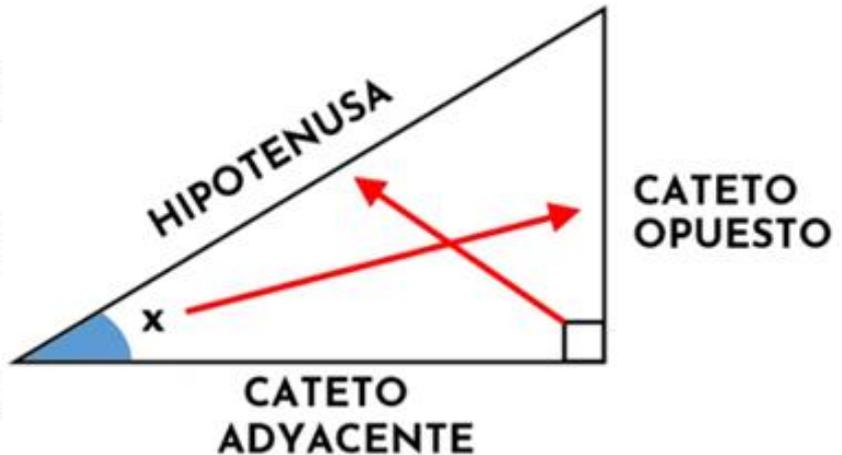
Es el lado más largo y se encuentra enfrente del ángulo recto.

Cateto opuesto:

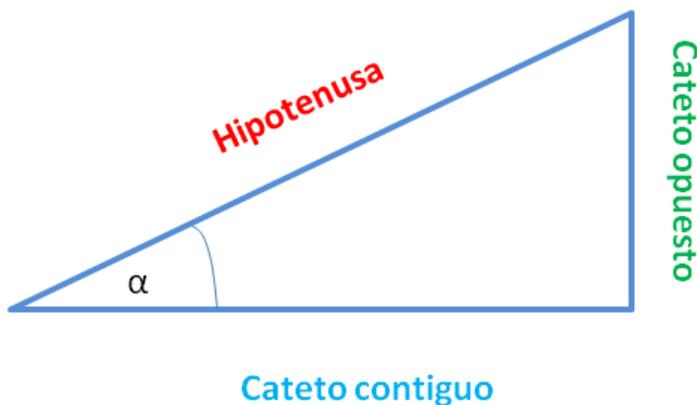
Aquel cateto que se encuentra enfrente del ángulo

Cateto adyacente:

Aquel cateto que está junto al ángulo y que no es la hipotenusa



Fórmulas de las razones trigonométricas



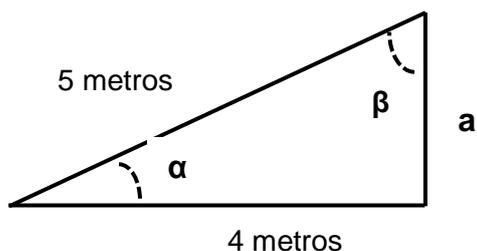
$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{Cateto opuesto}}{\text{Hipotenusa}}$$

$$\text{cos } \alpha = \frac{\text{Cateto contiguo}}{\text{Hipotenusa}}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{Cateto opuesto}}{\text{Cateto contiguo}}$$

Las fórmulas nos permite calcular las razones trigonométricas de los ángulos de un triángulo, teniendo en cuenta lo que mide el cateto opuesto, el cateto contiguo y la hipotenusa correspondiente a ese ángulo.

EJEMPLO RESUELTO: Halla las razones trigonométricas de los ángulos α y β del siguiente triángulo rectángulo:

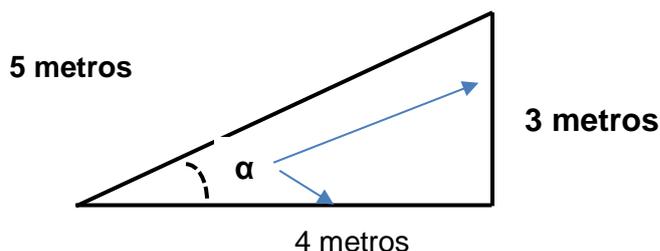


1. Para poder utilizar las fórmulas de las razones trigonométricas necesito conocer los valores de todos los lados del triángulo rectángulo.

Tengo que calcular el valor del lado **a** que no conozco por el teorema de Pitágoras:

$$5^2 = 4^2 + a^2 \ ; \ 5^2 - 4^2 = a^2 \ ; \ 25 - 16 = a^2 \ ; \ 9 = a^2 \ ; \ a = \sqrt{9} \ ; \ \mathbf{a = 3 \ metros}$$

2. Calculo las razones trigonométricas del ángulo α

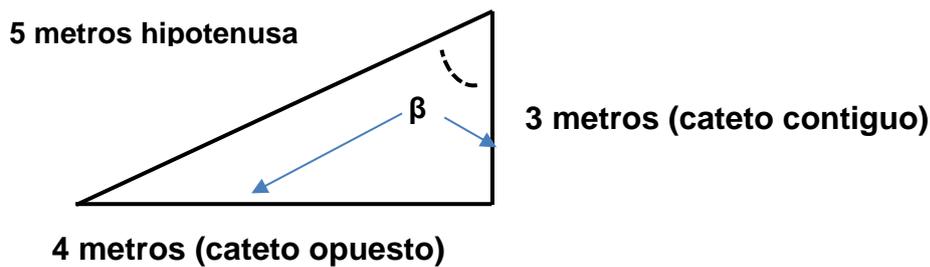


$$\text{seno } \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{3}{5} = 0,6$$

$$\text{coseno } \alpha = \frac{\text{cateto contiguo}}{\text{hipotenusa}} = \frac{4}{5} = 0,8$$

$$\text{tangente } \alpha = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto contiguo}} = \frac{3}{4} = 0,75$$

3. Calculo las razones trigonométricas del ángulo β



$$\text{seno } \beta = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{4}{5} = 0,8$$

$$\text{coseno } \beta = \frac{\text{cateto contiguo}}{\text{hipotenusa}} = \frac{3}{5} = 0,6$$

$$\text{tangente } \beta = \frac{\text{cateto opuesto}}{\text{cateto contiguo}} = \frac{4}{3} = 1,33$$

EJEMPLO RESUELTO: *Calcula el resto de las razones trigonométricas de un ángulo dado α , sabiendo que el $\cos \alpha = 0,939$ y que el ángulo pertenece al primer cuadrante.*

Utilizando las relaciones fundamentales sabemos que:

$$\text{sen}^2 \alpha + \text{cos}^2 \alpha = 1$$

por tanto, sustituyendo y despejando $\text{sen } \alpha$ ya obtenemos su valor:

$$\text{sen}^2 \alpha + 0,939^2 = 1$$

$$\rightarrow \text{sen}^2 \alpha + 0,881 = 1$$

$$\rightarrow \text{sen}^2 \alpha = 1 - 0,881$$

$$\rightarrow \text{sen}^2 \alpha = 0,118 \rightarrow$$

$$\text{sen } \alpha = \sqrt{0,118} = 0,343$$

Y utilizando la otra relación podemos obtener la tangente del ángulo:

$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{sen } \alpha}{\text{coseno } \alpha} = \frac{0,343}{0,939} = 0,365$$

EJEMPLO RESUELTO: Calcular las razones trigonométricas de un ángulo α situado en el segundo cuadrante sabiendo que el $\cos \alpha = -1/4$

Utilizamos la relación fundamental:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \quad \text{por tanto:} \quad \sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha = 1 - \left(-\frac{1}{4}\right)^2 = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$$

$$\sin \alpha = \sqrt{\frac{15}{16}} = \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{16}} = \pm \frac{\sqrt{15}}{4}$$

Como el ángulo α está en el segundo cuadrante, sabemos que el $\sin \alpha$ es positivo y la tangente α es negativa.

Por tanto:

$$\sin \alpha = +\frac{\sqrt{15}}{4}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{\sqrt{15}}{4}}{-\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{15}}{4} : \left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{4\sqrt{15}}{4} = -\sqrt{15}$$